

**CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA CELSO SUCKOW DA
FONSECA**

**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA**

LUCAS AGUIAR DA SILVA

**ANÁLISE DE UM SISTEMA NÃO SUAVE PARA GERAÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA UTILIZANDO MATERIAL PIEZELÉTRICO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**RIO DE JANEIRO
2021**

LUCAS AGUIAR DA SILVA

**ANÁLISE DE UM SISTEMA NÃO SUAVE PARA GERAÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA UTILIZANDO MATERIAL PIEZELÉTRICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica, do Departamento de Engenharia Mecânica, do Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca.

Orientador: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco

Co-orientador: Arthur Adeodato

**Rio de Janeiro
2021**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central do CEFET/RJ

S586 Silva, Lucas Aguiar da
Análise de um sistema não suave para geração de energia elétrica utilizando material piezelétrico / Lucas Aguiar da Silva – 2021.

72f.: il. color., enc.

Projeto Final (Graduação) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, 2021.

Bibliografia: f. 66-72

Orientador: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco

Coorientador: Arthur Adeodato

1. Engenharia mecânica. 2. Energia – Conservação.
3. Sistemas lineares. 4. Sistemas não-lineares. 5. Filtros elétricos de cristal. 6. Materiais inteligentes. 7. Liga de memória de forma.
I. Pacheco, Pedro Manuel Calas Lopes (Orient.).
II. Adeodato, Arthur (Coorient.). III. Título.

CDD 620.1

AGRADECIMENTOS

Agradeço à professora Luciana Loureiro, parte originária e fundamental deste trabalho, que sempre esteve disposta a auxiliar e compartilhar seu conhecimento.

Sou grato ao professor Pedro Pacheco e Arthur Adeodato, orientador e co-orientador deste trabalho, pela disponibilidade e atenção para com este projeto.

Agradeço também aos meus familiares pelo apoio e encorajamento.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização deste documento.

RESUMO

A captação de energia baseada em vibrações com material piezelétrico tem sido estudada como alternativa interessante de fornecer energia para dispositivos portáteis de baixa potência, eliminando a necessidade de cabos de energia e as trocas frequentes de baterias. No entanto, o desafio neste segmento é desenvolver um dispositivo que converta uma quantidade significativa de energia em uma ampla faixa de frequência vibratória. Em um dispositivo de colheita de energia piezelétrico operando linearmente, a máxima potência gerada pelo sistema é obtida na sintonia entre a frequência de ressonância do sistema com a frequência vibratória fornecida pelo ambiente, porém apresentando queda significativa na conversão de energia elétrica com pequenas variações da excitação de base. Dessa forma, não linearidades têm sido empregadas no sentido de aumentar a eficiência do sistema com a ampliação da resposta à frequência externa. O presente trabalho realiza uma investigação do comportamento de um sistema de colheita de energia não suave. Adota-se um modelo com um grau de liberdade para descrever uma viga recoberta por um material piezelétrico sujeita a vibrações, acoplada a um circuito elétrico e com a presença de batentes mecânicos (suportes descontínuos). Simulações numéricas são efetuadas para investigar a dinâmica e avaliar o desempenho do dispositivo com resposta não linear para conversão de energia. Os resultados mostram que os impactos nos suportes podem modificar significativamente a dinâmica do sistema acarretando na ampliação da faixa de frequência operacional do dispositivo através de efeitos não lineares.

Palavras-chave: Materiais Piezelétricos. Colheita de Energia. Sistema Não Suave. Impacto. Simulação Numérica. Materiais Inteligentes.

ABSTRACT

Piezoelectric vibration-based energy harvesting has been studied as an interesting energy source for low power portable devices, with the potential to avoid the need for power cables and frequent battery changes. However, the challenge of the segment is to develop a device that converts a significant amount of energy over a wide vibrational frequency range. For a piezoelectric energy harvester operating in linear condition, the maximum power output is obtained by matching their resonance frequencies with the frequencies provided by the environment but it shows a significant drop in electrical generation even for a small frequency deviation. Therefore, nonlinearities have been deployed in order to enhance system efficiency by increasing its operating bandwidth. This work develops an investigation concerning a non-smooth energy harvesting system. A single degree of freedom model is used to describe a piezoelectric beam under base vibration, coupled to an external electric circuit and two mechanical end stops (discontinuous support), in addition. Numerical simulations were carried out to evaluate the system dynamics and performance with a nonlinear response. The impacts can strongly modify the system dynamics, resulting in an increased broadband output power harvested performance and introducing nonlinear effects such as dynamic jumps.

Keywords: Piezoelectric Material. Energy harvesting. Non-smooth System. Impact. Numerical Simulations. Smart Materials.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: (a) Pneu não deformado, sem carregamento; (b) Formação de área de contato com o solo e deformação do pneu devido a carregamento aplicado; (c) Elementos piezelétricos instalados na superfície interna do pneu. Fonte: Makki et al. 2011b.	17
Figura 2: (a) Esquema de um dispositivo de estrutura de gangorra para colheita de energia disposto no interior de um pneu; (b) Diferentes estágios da estrutura de colheita de energia durante a rotação da roda. Fonte: Wu et al. 2013.	17
Figura 3: Função da energia potencial $U(x)$ para diferentes valores de $(k - \alpha)$ e β . Fonte: Ferrari et al., 2010.	19
Figura 4: Sistema biestável formado por uma viga piezelétrica engastada e dois ímãs permanentes. Quando condições específicas são atingidas, a viga oscila entre dois potenciais estáveis. Fonte: Ferrari et al., 2010.	20
Figura 5: Diagrama Tensão x Deformação x Temperatura para uma liga de memória de forma. Reorientação de variante e transformação de fase induzida por temperatura. Fonte: Lagoudas, 2008.	21
Figura 6: Análise do deslocamento no domínio da frequência de um oscilador sujeito a impactos em um suporte rígido considerando diferentes valores para a rigidez do suporte. (a) $\omega s = 3,16 \text{ rad/s}$; (b) $\omega s = 7,07 \text{ rad/s}$. Fonte: Divenyi et al., 2006.	23
Figura 7: Simulação do deslocamento relativo de uma massa de um sistema de colheita de energia piezelétrico pela frequência, considerando impactos em um batente mecânico. Fonte: Liu et al., 2012.	24
Figura 8: Simulação do deslocamento relativo de uma massa de um sistema de colheita de energia piezelétrico pela frequência, considerando impactos em dois batentes mecânicos. Fonte: Liu et al., 2012.	24
Figura 9: Gráfico tensão e deformação para um material elástico. Fonte: Leo D.J., 2007.	26
Figura 10: Efeito piezelétrico direto; relação entre tensão e deslocamento elétrico em material piezelétrico. Fonte: Leo D.J., 2007.	27
Figura 11: Relação entre campo elétrico aplicado e deslocamento elétrico em material piezelétrico. Fonte: Leo D.J., 2007.	28
Figura 12: Relação entre campo elétrico e deformação em material piezelétrico. Fonte: Leo D.J., 2007.	28
Figura 13: Cubo piezelétrico indicando os eixos coordenados da análise tridimensional. Fonte: Leo D.J., 2007.	29
Figura 14: Modos de operação de um transdutor piezelétrico. Fonte: Priya e Inman, 2009.	30
Figura 15: Configuração de uma viga bimorfa para operação em modo 31. (Fonte: du Toit 2005)	31
Figura 16: Modelo esquemático do oscilador mecânico para captação de energia através de materiais piezelétricos e anteparos não-suaves.	32
Figura 17: Comparação entre resultados obtidos numericamente e analiticamente para o caso sem impacto com o suporte.	38

Figura 18: Deslocamento máximo versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e o sistema incorporando impactos em um suporte descontínuo usando $g = 50 \mu m$ para diferentes valores de β .	40
Figura 19: Deslocamento máximo versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos em um suporte descontínuo usando $g = 50 \mu m$ para diferentes valores de α usando $\beta = 10$.	41
Figura 20: Deslocamento máximo versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $g = 50 \mu m$ para diferentes valores de α usando $\beta = 100$.	42
Figura 21: Deslocamento máximo versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $\beta = 100$ para diferentes valores de α com: (a) $g = 30 \mu m$ e (b) $g = 10 \mu m$.	42
Figura 22: Potência elétrica média versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $\beta = 100$ para diferentes valores de α para: (a) $g = 50 \mu m$, (b) $g = 30 \mu m$ e (c) $g = 10 \mu m$.	43
Figura 23: Frequência angular de ocorrência do salto dinâmico em função de α usando $\beta = 100$ para diferentes valores de g .	44
Figura 24: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $g = 50 \mu m$ para diferentes valores de α usando $\beta = 100$.	45
Figura 25: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $g = 30 \mu m$ para diferentes valores de α usando $\beta = 100$.	45
Figura 26: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $g = 10 \mu m$ para diferentes valores de α usando $\beta = 100$.	46
Figura 27: Média das potências de saída usando $\beta = 100$ no intervalo de 500 a 1300 rad/s em função de α para diferentes valores de g .	47
Figura 28: Média das eficiências usando $\beta = 100$ no intervalo de 500 a 1300 rad/s em função de α para diferentes valores de g .	47
Figura 29: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $g_1 = g_2 = 50 \mu m$ para diferentes valores de β .	49
Figura 30: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $g_1 = g_2 = 30 \mu m$ para diferentes valores de β .	50
Figura 31: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $g_1 = g_2 = 10 \mu m$ para diferentes valores de β .	51
Figura 32: Máximo deslocamento superior versus frequência de forçamento para $\beta = 200$ a diferentes valores de g .	52

Figura 33: Máximo deslocamento superior versus frequência de forçamento comparando os casos com um e dois suportes descontínuos simétricos para $\beta = 200$, $\alpha = 1$ e (a) $g = 50 \mu m$, (b) $g = 30 \mu m$ e (c) $g = 10 \mu m$	53
Figura 34: Espaços de fase em suas frequências de máximo deslocamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos $g = 50 \mu m$	54
Figura 35: Espaços de fase em suas frequências de máximo deslocamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos $g = 30 \mu m$	54
Figura 36: Espaços de fase em suas frequências de máximo deslocamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos $g = 10 \mu m$	55
Figura 37: Potência elétrica média versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando diferentes valores de β para: (a) $g = 50 \mu m$, (b) $g = 30 \mu m$ e (c) $g = 10 \mu m$..	56
Figura 38: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos para diferentes valores de β usando (a) $g = 50 \mu m$, (b) $g = 30 \mu m$ e (c) $g = 10 \mu m$	57
Figura 39: Média das eficiências no intervalo de 500 a 5000 rad/s em função de β para diferentes valores de g	58
Figura 40: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos para diferentes configurações de gap e amplitude de $100 \mu m$, usando $\alpha = 1$ e $\beta = 200$	59
Figura 41: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos para diferentes configurações de gap e amplitude de $60 \mu m$, usando $\alpha = 1$ e $\beta = 200$	60
Figura 42: Potência elétrica média versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos para $\alpha = 1$, $\beta = 200$ e diferentes configurações de gap usando (a) amplitude = $100 \mu m$ e (b) amplitude = $60 \mu m$	61
Figura 43: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos para $\alpha = 1$, $\beta = 200$ e diferentes configurações de gap usando (a) amplitude = $100 \mu m$ e (b) amplitude = $60 \mu m$	62
Figura 44: Média das potências de saída para $\alpha = 1$ e $\beta = 200$ no intervalo de 400 a 2500 rad/s em função de diferentes configurações para o gap.....	62
Figura 45: Média das eficiências usando $\alpha = 1$ e $\beta = 200$ no intervalo de 400 a 2500 rad/s em função de diferentes configurações para o gap.....	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Parâmetros do Sistema (Kim et al. 2010)	33
Tabela 2: Características geométricas e propriedades estruturais utilizados por Kim et al. 2010	36

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	26
4 DISPOSITIVO PARA COLHEITA DE ENERGIA	31
5 RESULTADOS	38
6 CONCLUSÕES	64
REFERÊNCIAS.....	66

1 INTRODUÇÃO

Esforços significativos têm sido feitos nas últimas décadas para desenvolver tecnologias capazes de gerar energia de forma limpa e sustentável. Um segmento recebe o conceito de colheita de energia, do inglês *energy harvesting*. Este conceito pode ser definido como a conversão da energia disponível no ambiente em energia elétrica. Entre as principais fontes destacam-se a eólica, térmica, solar e vibrações mecânicas (Sodano et al., 2004; Anton et al., 2007).

A ideia central é converter energia de forma localizada a ser aplicada principalmente a dispositivos eletrônicos de baixa potência. Assim, essa forma de captação tem sido pensada para prolongar a vida de baterias para pequenos aparelhos sem fio, como sensores. Esta vantagem pode ser relevante principalmente para ambientes de difícil acesso, como para controle e monitoramento de poços de petróleo (Ahmad et al., 2013) e sistemas de perfuração submarina (Zheng et al., 2021). Neste contexto, o uso de materiais inteligentes tem sido investigado para uso em projetos de sistemas mecânicos (Drossel et al., 2015).

Materiais inteligentes são, por definição, aqueles que apresentam acoplamento entre múltiplos domínios físicos (Leo, D.J., 2007). Dentre eles, destaca-se o material piezelétrico, que apresenta acoplamento eletromecânico, ou seja, ao ser submetido a uma tensão mecânica o material gera uma diferença de potencial elétrico diretamente proporcional à deformação sofrida. O efeito reverso também se aplica. Esta característica fundamental é, então, estudada para fins de colheita de energia por diversos autores, como Du Toit (2005, 2006), Roundy (2005), Kim et al. (2010), Erturk et al. (2009), Newell e Duffy (2018) e Tran et al. (2018). Utiliza-se, majoritariamente, a configuração de uma viga revestida de material piezelétrico sujeita a vibração. A vibração do ambiente deforma o material que, por consequência, converte essa deformação em corrente elétrica que pode ser aproveitada ou armazenada.

No entanto, uma limitação importante da geração de energia com material piezelétrico é que, operando no regime linear elástico, conversores piezelétricos tradicionais apresentam eficiência relevante quando em condições próximas a de ressonância. Isto é, o dispositivo apresenta queda significativa na conversão de energia quando há pequenas mudanças na frequência de vibração de excitação para fora da faixa de ressonância. Sabendo-se que as fontes disponíveis na natureza

apresentarão frequência vibracional que pode variar de forma previsível ou imprevisível, sistemas não-lineares têm sido estudados como alternativa para melhorar a captação ampliando a faixa de frequências em que o dispositivo pode operar de forma eficiente.

O presente trabalho desenvolve uma investigação numérica de um sistema não-linear para captação de energia baseado em vibração mecânica e materiais piezelétricos. Introduziu-se restrições aos deslocamentos pela adição de anteparos. Um modelo mecânico com um grau de liberdade conectado a um circuito elétrico por um elemento piezelétrico e acrescido de batentes independentes é o objeto de estudo. O propósito é investigar o comportamento dinâmico do modelo através de simulações numéricas, avaliando a resposta do sistema às variações de rigidez e amortecimento proporcionados pelos batentes. Os resultados apresentam mudanças significativas no comportamento dinâmico, evidenciam um aumento na faixa de frequência para determinados valores de rigidez e amortecimento dos suportes, além de características de sistemas não lineares, como saltos dinâmicos. Também são analisados os pontos onde ocorrem tal salto da resposta dinâmica.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O uso de materiais inteligentes tem crescido consideravelmente, ocupando espaços importantes em projetos de sistemas mecânicos. Materiais inteligentes são, por definição, aqueles que apresentam acoplamento entre múltiplos domínios físicos (Leo, D.J., 2007). Trata-se, pois, de uma classe de materiais caracterizada por apresentar características adaptativas, modificando suas propriedades de acordo com o estímulo externo que recebem. Ou seja, o acoplamento ocorre quando mudanças no estado de uma variável – um domínio físico – acarreta mudanças no estado de outra variável.

Ligas com memória (SMAs, do inglês *shape memory alloys*) de forma são um exemplo de material inteligente que apresenta acoplamento termomecânico. Essas ligas possuem a capacidade de mudar sua forma e propriedades mecânicas de acordo com a temperatura ou estado de carregamento mecânico, tendo aplicação no desenvolvimento de atuadores e dissipadores de energia. Outro exemplo são os materiais magnetostrictivos, que acoplam campo magnético e deformação mecânica, tendo aplicação principalmente em sistemas de controle. Há ainda os fluidos magnetoreológicos, que apresentam alteração em sua viscosidade quando submetidos a um campo magnético, sendo, assim, aplicados no desenvolvimento de amortecedores inteligentes.

Dentre os materiais inteligentes, destaca-se o material piezelétrico. Este tipo de material torna-se eletricamente polarizado quando sujeito a deformações mecânicas e vice-versa. Consiste em um segmento de grande utilização na indústria, aplicado em sensores e aparelhos de ultrassom. Devido a sua característica fundamental, os materiais piezelétricos são objeto de estudo para geração de energia elétrica a partir de excitações vibratórias. A vibração ambiente fornece a excitação para o sistema de captação de energia que por sua vez a converte em energia elétrica na forma de potência de saída. Uma vez que as vibrações do ambiente podem variar ou serem de natureza aleatória, com a energia distribuída em uma ampla faixa de frequências, esta análise dentro do limite linear de resposta define um sistema de captação energética de banda estreita (Tang et al., 2010).

Tratando-se de colheita de energia vibracional do ambiente, diversos autores têm publicado estudos para desenvolver o tema. Roundy (2005) apresenta uma teoria geral para comparar diferentes sistemas para a colheita de energia com fontes em

vibrações. A teoria se aplicou a transdutores eletrostáticos, eletromagnéticos, magnetostrictivos e, principalmente, piezelétricos. Demonstrou que, para qualquer que seja o modelo do gerador, a potência gerada depende fortemente do acoplamento do sistema.

Newell e Duffy (2018) apresentaram uma revisão sobre colheita de energia analisando protótipos acadêmicos e comerciais. Os autores estudaram técnicas de gerenciamento da energia para maximização das tensões obtidas, incluindo problemas de rastreamento do ponto de potência máxima.

A ideia central da geração de energia com piezelétricos consiste na utilização de fontes vibracionais para a recarga de baterias de dispositivos de baixa potência. A vantagem desses sistemas é a possibilidade de prover energia localmente para sensores e outros dispositivos, o que reforça sua aplicação em ambientes de difícil acesso. Karami et al. (2011, 2012) estudaram formas de introduzir uma recarga contínua para baterias de marca-passos cardíacos ao converter vibrações de batimentos do coração em energia elétrica. Coletores de energia lineares de baixa frequência e não-lineares monoestáveis e biestáveis foram propostos de acordo com as vibrações dos batimentos cardíacos.

Outra forma de geração localizada com material piezelétrico tem aplicação automotiva. Sistemas de monitoramento de pressão de pneus (TPMS, na sigla em inglês) têm sido o alvo de estudos para a ampliação da vida útil de baterias de seus sensores sem fio. Makki et al. (2011a, 2011b, 2012) investigaram e testaram formas de aproveitar as vibrações e deformações de um pneu automotivo através de faixas com elementos piezelétricos inseridas na superfície interna dos pneus (Figura 1). Os estudos apontaram uma dependência da tensão gerada com o raio do pneu, largura e velocidade de rotação, enquanto a área de contato com o solo não demonstrou ter efeito significativo sobre a quantidade de energia gerada.

Wu et al. (2013) propôs uma estrutura piezelétrica em forma de gangorra com elementos magnéticos nas pontas, sujeitos a repulsão magnética periódica de um ímã fixado na pinça de freio, fora ao pneu (Figura 2). Observou-se uma geração efetiva diretamente relacionada ao módulo da força magnética. Também se observou que tal forma da estrutura foi capaz de anular a influência das forças centrífugas, sendo assim considerado satisfatório para ambientes de alta rotação.

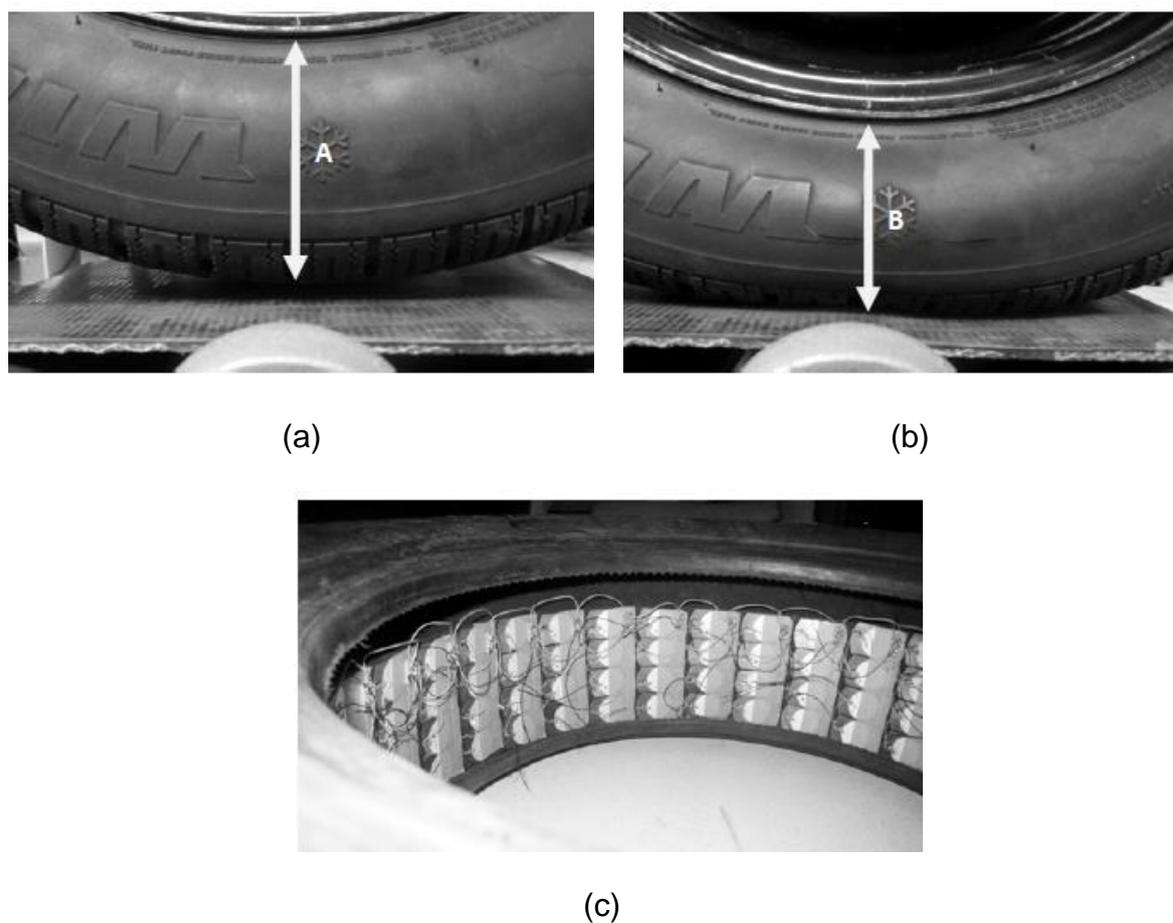


Figura 1: (a) Pneu não deformado, sem carregamento; (b) Formação de área de contato com o solo e deformação do pneu devido a carregamento aplicado; (c) Elementos piezelétricos instalados na superfície interna do pneu. Fonte: Makki et al. 2011b.

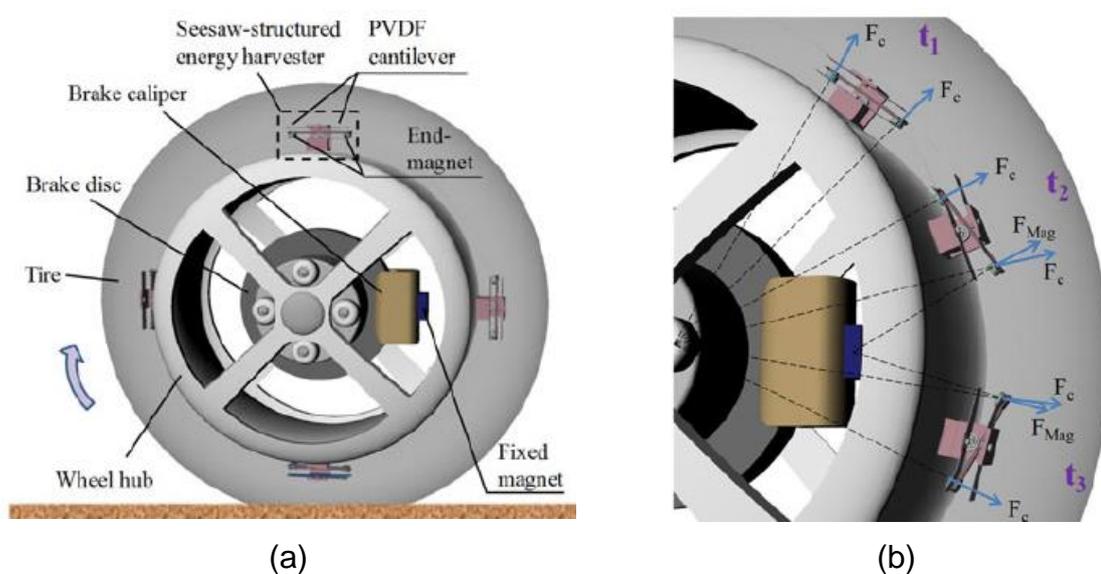


Figura 2: (a) Esquema de um dispositivo de estrutura de gangorra para colheita de energia disposto no interior de um pneu; (b) Diferentes estágios da estrutura de colheita de energia durante a rotação da roda. Fonte: Wu et al. 2013.

Zhao et al. (2014) visaram o aproveitamento da energia desprendida por um ser humano ao caminhar para convertê-la em energia elétrica através de conversores implantados em calçados.

Zheng et al. (2021) aplicaram sistemas de colheita de energia à indústria de óleo e gás, desenvolvendo um dispositivo para captação durante a perfuração de poços. O dispositivo foi capaz de capturar a energia da vibração longitudinal dos tubos de perfuração sem interferir no processo normal da atividade. Os resultados mostraram que, da forma como foi desenvolvido e considerando características da prática de engenharia, o sistema apresentou frequência natural semelhante à faixa vibratória usual da tubulação durante a perfuração.

Ademais, as fontes para a captação energética a partir de vibração podem ser das mais variadas. Hamlehdar et al. (2019) revisaram métodos para colheita de potência de sistemas fluidodinâmicos. Sistemas utilizando vórtices de vento apresentam grande dependência da velocidade das correntes de ar. Modelos aproveitando a movimentação de ondas do mar e escoamentos de água em tubulações residenciais também foram explorados. Já Orrego et al. (2017) descreveram um estudo experimental da colheita de energia eólica por oscilações autossustentadas, utilizando uma membrana piezolétrica flexível. Excitações providas de correntes marítimas e vapor de grandes fornos também são estudadas por Saeed et al. (2019) e Hsieh et al. (2019), respectivamente.

Um estudo comparativo entre fontes renováveis e não renováveis de energia com foco na utilização de piezolétricos foi feito por Cook-Chennault et al. (2008). A comparação englobou diferentes modos de carregamento, estruturas piezolétricas, materiais e aplicações práticas de cada um. Lu et al. (2004) também compararam diferentes geradores piezolétricos, analisando a eficiência obtida e a potência de saída gerados.

Além do exposto até então, a tendência relacionada a modelagem de sistemas de geração de energia sugere o desenvolvimento de modelos matemáticos que sejam capazes de representar a dinâmica do sistema. Segundo Savi (2006), modelos não-lineares apresentam uma descrição mais realista dos fenômenos naturais do que os modelos lineares. De uma maneira geral, as não-linearidades podem ser geométricas ou constitutivas. As geométricas estão associadas ao movimento, no que diz respeito a restrições ou grandes deslocamentos. Já as constitutivas estão associadas ao comportamento do sistema, aos acoplamentos e às

características inerentes ao material.

Nesse sentido, diversas pesquisas têm sido desenvolvidas para aumentar a capacidade de captação de energia através da introdução de não-linearidades aos sistemas de captação. Uma abordagem usual é explorar estruturas biestáveis com potencial de “duplo poço” (Figura 3). Trata-se de um sistema onde posições de equilíbrio estão presentes, introduzidas principalmente pela presença de forças externas para modificar a rigidez efetiva do conversor de energia. Dependendo das condições de vibração, é possível alternar rapidamente entre os dois potenciais, aumentando assim a velocidade e, conseqüentemente, a potência gerada. Este é um oscilador do tipo Duffing que pode ser construído experimentalmente usando forças magnéticas externas (Erturk et al. 2009; Erturk et al. 2010; Erturk e Inman, 2011a; Erturk e Inman, 2011b; Ferrari et al. 2010). A Figura 3 mostra a curva de energia potencial em função do deslocamento para um oscilador deste tipo, onde o termo k representa a rigidez de uma mola linear, enquanto os termos α e β são coeficientes reais positivos de uma mola não linear relacionada ao deslocamento por um polinômio de terceiro grau. Considerando uma viga piezolétrica engastada, o desenho esquemático de um modelo experimental é apresentado na Figura 4.

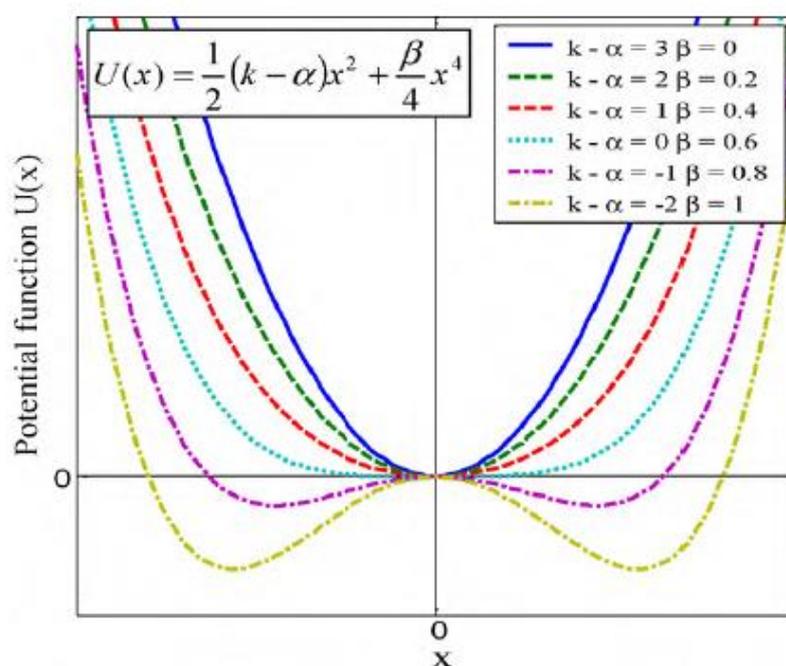


Figura 3: Função da energia potencial $U(x)$ para diferentes valores de $(k - \alpha)$ e β .
Fonte: Ferrari et al., 2010.

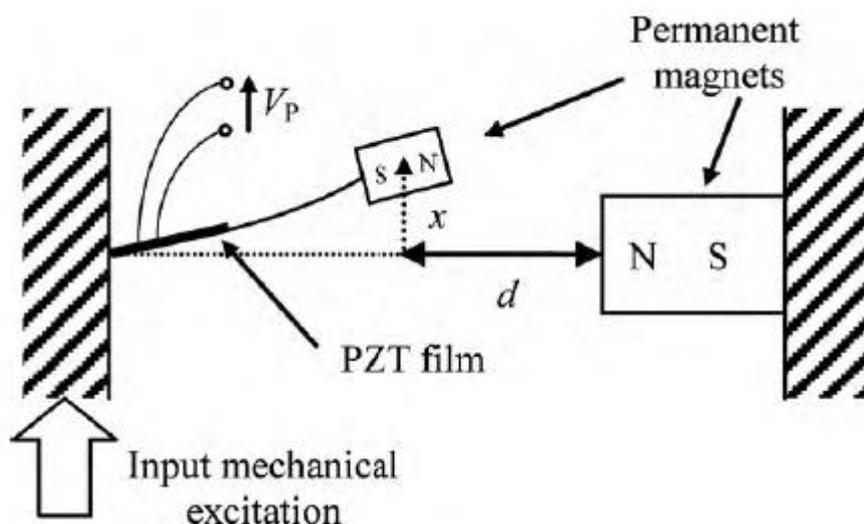


Figura 4: Sistema biestável formado por uma viga piezelétrica engastada e dois ímãs permanentes. Quando condições específicas são atingidas, a viga oscila entre dois potenciais estáveis. Fonte: Ferrari et al., 2010.

Além desse tipo de não-linearidade, os efeitos não-lineares constitutivos também foram explorados com o mesmo objetivo. Crawley e Anderson (1990) abordaram aspectos não-lineares relacionados ao acoplamento piezelétrico mostrando que há uma dependência significativa das tensões. Triplett e Quinn (2009) investigaram o comportamento de acoplamento piezelétrico não-linear e alguns aspectos relacionados às não-linearidades mecânicas. Silva et al. (2013) investigaram o comportamento histerético do acoplamento piezelétrico comparando resultados com modelos lineares. Os resultados sugeriram que há um ótimo comportamento histerético que pode aumentar a produção de energia capturada dos sistemas de coleta de energia. Silva et al. (2015a) mostraram uma comparação entre dados experimentais e simulações numéricas realizadas com modelos de acoplamento piezelétrico não lineares distintos. As conclusões apontaram que a inclusão de termos não-lineares reduz as discrepâncias previstas em modelos lineares. Além disso, aspectos não-lineares como saltos dinâmicos estão associados a mudanças consideráveis nas respostas do sistema.

Outra abordagem não linear interessante para aumentar a capacidade do sistema de captação de energia é o uso de outros materiais inteligentes. A inclusão de ligas de memória de forma (SMA na sigla em inglês) pode melhorar o desempenho do sistema. Ligas de memória de forma são uma classe de materiais inteligentes capaz de recuperar sua forma original após deformações inelásticas (Lagoudas,

2008). A recuperação ocorre após o material ser submetido a um aumento de temperatura específico. O incremento na temperatura pode resultar na recuperação da forma mesmo sob a aplicação de cargas elevadas (Figura 5). Além disso, sob certas circunstâncias, os SMAs podem absorver e dissipar energia mecânica ao apresentar mudanças de forma de caráter histerético quando sujeitos a aplicações cíclicas de carregamento. Tais propriedades de transformação de fase sólida desta classe de material podem ser exploradas para alterar a rigidez de um sistema oscilatório ou para dissipar energia. Avirovik et al. (2013) desenvolveu um dispositivo híbrido com um elemento piezelétrico acoplado a SMAs para dupla funcionalidade, tanto como um atuador quanto como um coletor de energia. Silva et al. (2015b) empregaram uma análise numérica de um sistema de coleta de energia SMA-piezelétrico onde o comportamento termomecânico da SMA é descrito usando um modelo constitutivo com variáveis internas. De forma semelhante, Adeodato et al. (2021) desenvolveram um estudo experimental e numérico explorando o comportamento adaptativo da liga com memória de forma em sistemas de colheita de energia com elementos piezelétricos. Os resultados indicaram que a inclusão do elemento SMA pode ser usada para ampliar o alcance operacional do sistema.

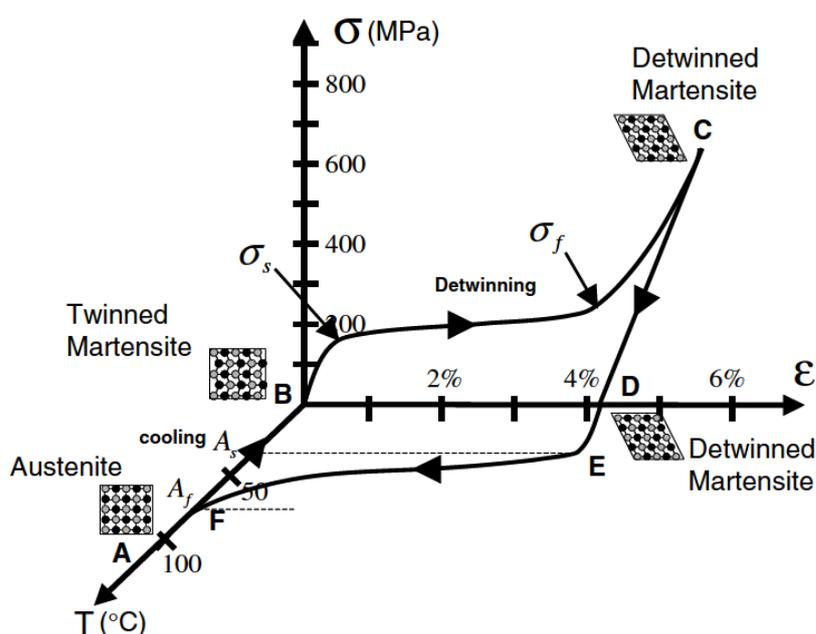


Figura 5: Diagrama Tensão x Deformação x Temperatura para uma liga de memória de forma. Reorientação de variante e transformação de fase induzida por temperatura. Fonte: Lagoudas, 2008.

A sintonização do sistema de captação de energia é um procedimento especial a ser empregado e diferentes alternativas podem ser implementadas para alterar o comportamento vibratório do sistema: o uso de pré-carga mecânica (Leland e Wright, 2006); a inclusão de massa de ponta assimétrica (Bai et al., 2014); a alteração da geometria da colhedora de energia estrutural (Hu et al., 2007; Friswell et al., 2012) são exemplos de métodos utilizados com essa finalidade.

Leland e Wright (2006) desenvolveram um sistema de captação de energia aplicando uma carga compressiva axial para ajustar a ressonância, alterando sua rigidez efetiva. Betts et al. (2012) apresentou um dispositivo não linear através de um arranjo de compostos biestáveis combinados com elementos piezelétricos para a captação de energia em uma maior faixa de vibração ambiente. Os resultados mostraram que é possível melhorar a potência capturada em relação aos dispositivos convencionais. Friswell et al. (2012) apresentou um dispositivo de energia piezelétrica não-linear usando um sistema elástico invertido de uma viga com uma massa suspensa em sua ponta com acoplamento eletromecânico não-linear. Os resultados mostraram que a não linearidade do sistema possui dois poços potenciais para grandes massas presas à ponta da viga. Os autores mostraram que o tamanho da faixa da potência colhida pode ser aumentado em comparação ao caso linear.

O uso da não-linearidade por impactos não-amortecidos é outra abordagem interessante para aumentar a eficiência dos sistemas de coleta de energia. A ideia primordial é confinar os deslocamentos do sistema utilizando batentes. No entanto, esta abordagem apresenta uma desvantagem, pois a saturação da potência de saída em altos níveis de excitação reduz a quantidade de energia gerada para altos deslocamentos. Apesar dessa desvantagem, a possibilidade de aumentar a eficiência deste sistema pode ser alcançada utilizando parâmetros apropriados para aumentar a energia gerada em diferentes frequências (Soliman et al., 2008; Kaur et al., 2010; Blystad e Halvorsen, 2011; Liu et al., 2012; Le et al., 2013; Vijayan et al., 2014; Basset et al., 2014; Rysak et al., 2014).

Divenyi et al. (2006) analisou o comportamento dinâmico de um oscilador sujeito a impactos em um suporte rígido. Como resultado, considerando a amplitude vibratória no domínio da frequência, observou-se a presença de saltos dinâmicos, que se tornam ainda mais pronunciados com o aumento da rigidez do suporte, como mostrado na Figura 6. Obteve-se também outros comportamentos ricos do ponto de vista da dinâmica, como bifurcações e caos. Mudanças abruptas no comportamento

dinâmico se revelaram características importantes desse sistema.

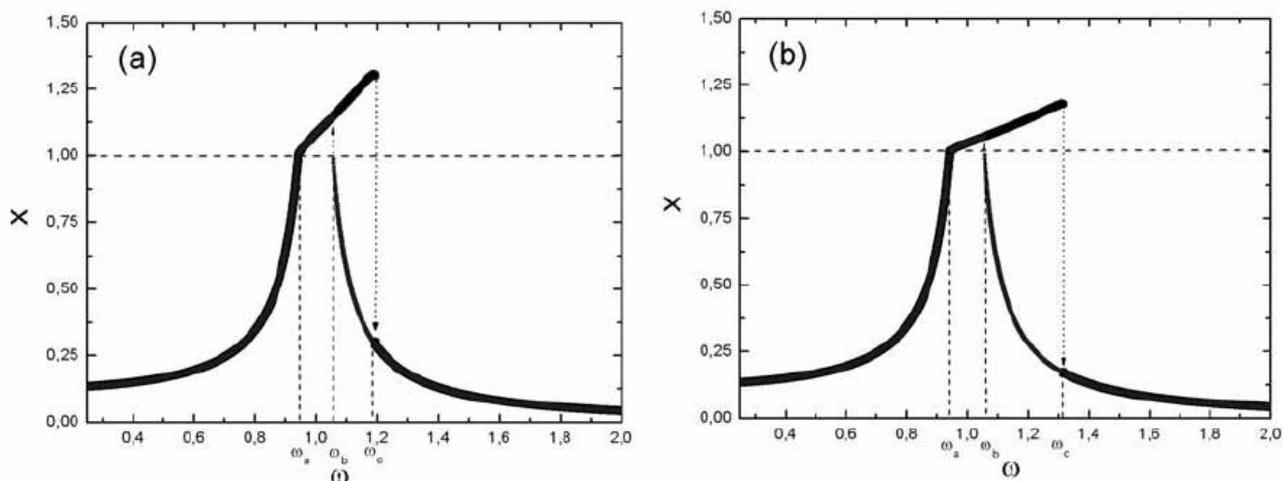


Figura 6: Análise do deslocamento no domínio da frequência de um oscilador sujeito a impactos em um suporte rígido considerando diferentes valores para a rigidez do suporte. (a) $\omega_s = 3,16 \text{ rad/s}$; (b) $\omega_s = 7,07 \text{ rad/s}$. Fonte: Divenyi et al., 2006.

Divenyi et al. (2008) analisou experimentalmente as influências de parâmetros internos ao oscilador na resposta dinâmica do sistema. Observou também os efeitos da inércia do suporte e sua variação de rigidez. Adicionou ainda uma massa livre para se mover através de uma guia no oscilador. Os resultados apresentaram que esses aspectos podem alterar a dinâmica do sistema do ponto de vista qualitativo e também podem ser desejáveis para dissipar energia.

Soliman et al. (2008) investigaram um sistema com batente, onde os resultados mostraram que o desempenho é influenciado pela relação de rigidez do suporte rígido, elemento piezelétrico e a velocidade da viga em balanço no ponto de impacto.

Liu et al. (2012) investigou de forma analítica e experimental as respostas no domínio da frequência para osciladores com um e dois batentes mecânicos. Seus resultados analíticos são apresentados nas Figuras 7 e 8. Foram investigados a influência de fatores como a aceleração de base, rigidez e amortecimento do suporte, além da distância do oscilador ao batente. Os resultados experimentais se mostraram qualitativamente compatíveis com a modelagem numérica. Concluíram que a performance pode ser aumentada ao otimizar a distância ao batente, as taxas de rigidez e as características de amortecimento.

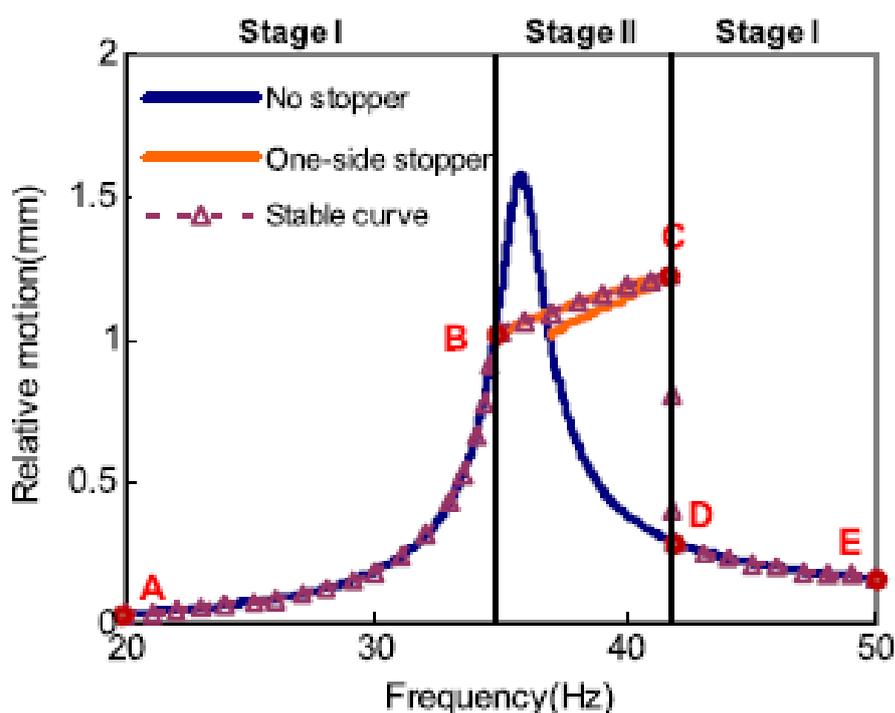


Figura 7: Simulação do deslocamento relativo de uma massa de um sistema de colheita de energia piezoeletrico pela frequência, considerando impactos em um batente mecânico. Fonte: Liu et al., 2012.

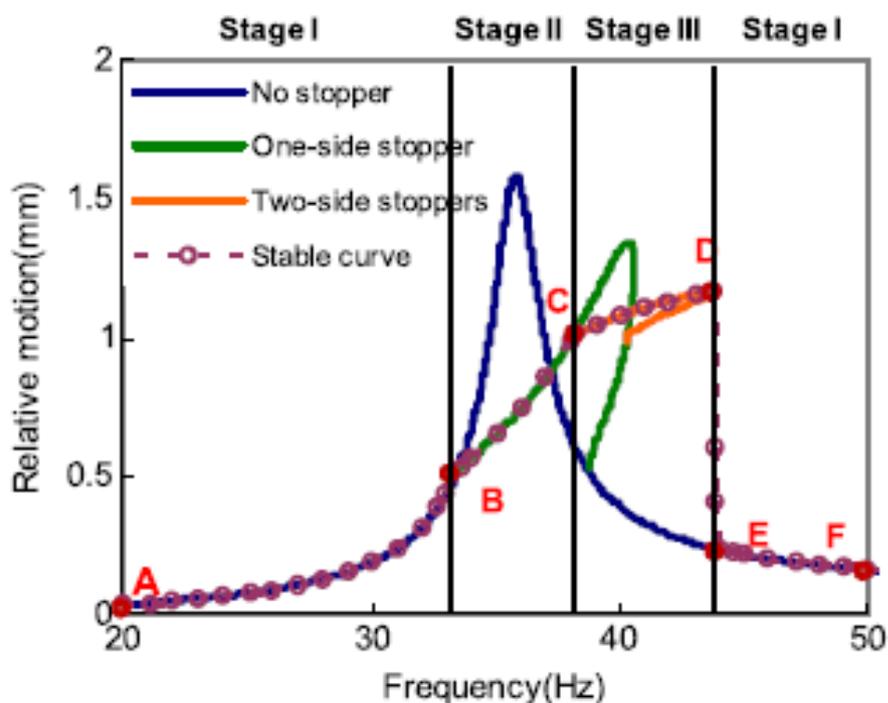


Figura 8: Simulação do deslocamento relativo de uma massa de um sistema de colheita de energia piezoeletrico pela frequência, considerando impactos em dois batentes mecânicos. Fonte: Liu et al., 2012.

Jacquelin et al. (2011) desenvolveram um modelo para um sistema para de captura de energia com impacto piezolétrico que consiste em duas vigas piezolétricas e uma massa sísmica. Os autores analisaram a influência de diferentes parâmetros (folga, massa sísmica, comprimento da viga, entre outros) no desempenho do sistema. Vijayan et al. (2014, 2015) consideraram um sistema de vibração e impacto com a capacidade de converter a resposta de baixa frequência a altas frequências usando impacto não-linear. Kaur e Halvorsen (2016) desenvolveram uma configuração experimental e um modelo agrupado de um dispositivo de energia eletrostática com impactos. Os resultados mostraram que a resposta do dispositivo é sensível à posição do batente e pequenas amplitudes de aceleração.

Santos e Savi (2007) também exploraram efeitos dos impactos em suportes de ligas de memória de forma. Verificou-se, neste caso, que a capacidade dissipativa do SMA é capaz de amenizar comportamentos complexos, mudando drasticamente a resposta do sistema quando comparado ao suporte linear. As mudanças poderiam evitar efeitos indesejáveis como transientes de início e parada de máquinas.

O presente trabalho desenvolve uma investigação numérica de um sistema de captação de energia baseado em vibração piezolétrica, introduzindo a não linearidade de restrição ao deslocamento por batentes com o propósito é investigar o comportamento dinâmico do modelo e seu efeito para captura energética. O próximo capítulo apresentará as características e os modos de operação de materiais piezolétricos.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Materiais inteligentes são aqueles que apresentam acoplamento entre múltiplos domínios físicos. Dentre eles há os materiais piezelétricos, cuja característica fundamental é a geração de cargas elétricas na superfície quando sujeito a uma tensão mecânica, foram descobertos ao final do século XIX pelos irmãos Curie, que realizaram a medição da carga induzida através de eletrodos conectados ao material quando uma deformação pré-determinada era imposta (Leo, D.J., 2007). Anos mais tarde, foi demonstrado que os piezelétricos também exibem o efeito reverso: uma tensão mecânica é induzida quando um sinal elétrico é aplicado. Estes comportamentos foram então denominados como efeito direto e indireto, respectivamente.

Uma amostra de material elástico sujeita a tensão mecânica em duas faces opostas, conforme Figura 9, apresentara deslocamento apenas na direção da tensão, T . assumindo o estado uniaxial de tensões, a deformação S é definida como o alongamento sofrido dividido pelo comprimento original. Para a região linear elástica, tem-se um crescimento constante da curva de tensão deformação, cuja inclinação equivale ao módulo de Young (Y), com unidade em N/m^2 . A relação entre tensão e deformação nesta região é

$$S = \frac{1}{Y} T = sT \quad (01)$$

onde s é a conformidade mecânica (m^2/N). Após o limite de escoamento, a inclinação da curva varia conforme a carga aplicada.

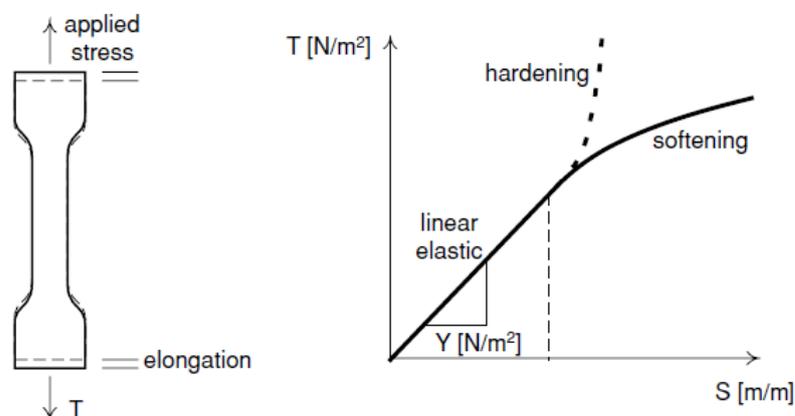


Figura 9: Gráfico tensão e deformação para um material elástico. Fonte: Leo D.J., 2007.

Quando um material piezelétrico é submetido a este tipo de carregamento, induz-se um deslocamento de cargas pelos eletrodos colocados nas extremidades da amostra, caracterizando o efeito piezelétrico direto. A carga induzida por unidade de área define o deslocamento elétrico, com unidade em C/m^2 . O crescimento da tensão aplicada gera o aumento do deslocamento elétrico, havendo, em uma determinada faixa de tensões, uma relação linear entre estas duas grandezas, conforme Figura 10. A inclinação da curva define o coeficiente piezelétrico d , em C/N . Proporcionalmente, temos:

$$D = dT \quad (02)$$

onde D é o deslocamento elétrico. Quando valor suficiente de tensão for atingido, a relação entre deslocamento elétrico e tensão apresentará comportamento não linear, devido a saturação do movimento de dipolo elétrico.

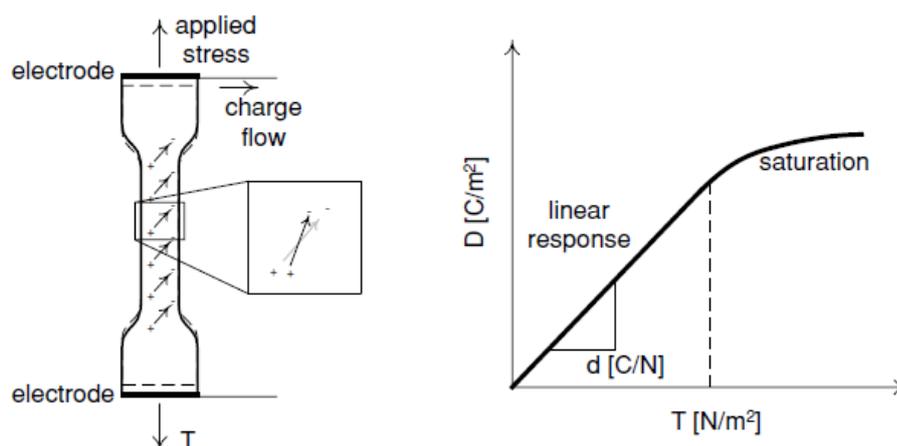


Figura 10: Efeito piezelétrico direto; relação entre tensão e deslocamento elétrico em material piezelétrico. Fonte: Leo D.J., 2007

Considerando agora o efeito piezelétrico indireto, uma amostra com aplicação de um potencial em seus eletrodos é apresentada esquematicamente na Figura 11, e acarreta no surgimento de um campo elétrico E , com unidades em V/m . A movimentação dos dipolos acarretará no deslocamento elétrico, medido nos eletrodos. Para baixos valores de campo elétrico aplicado, há uma relação linear entre D e E ,

$$D = \varepsilon E \quad (03)$$

sendo ε a permissividade elétrica, com unidade em F/m .

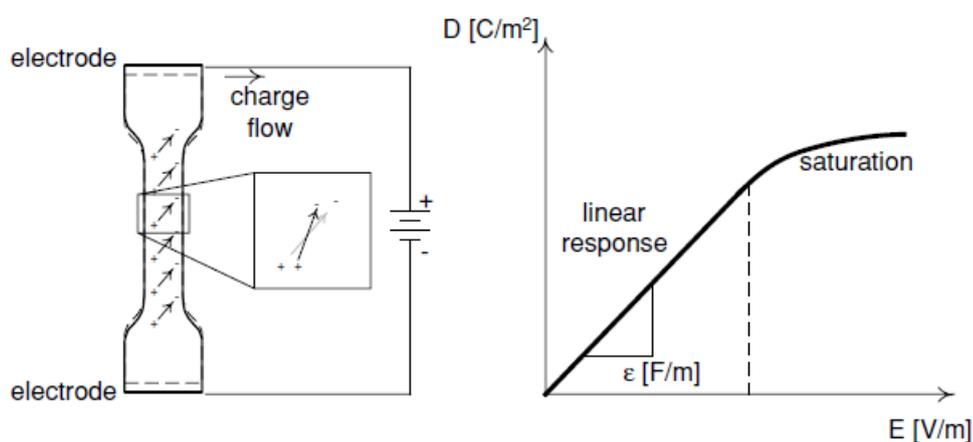


Figura 11: Relação entre campo elétrico aplicado e deslocamento elétrico em material piezoeletrico. Fonte: Leo D.J., 2007

Aplicando-se valores baixos de campo elétrico, tem-se uma relação linear entre E e a deformação mecânica S do material, sendo

$$S = dE \quad (04)$$

Nesta expressão o coeficiente piezoeletrico possui unidade em m/V . O gráfico é mostrado na Figura 12.

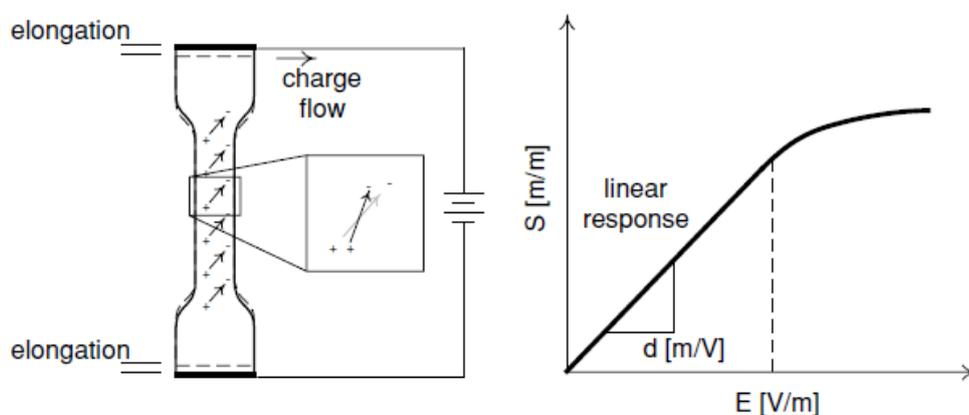


Figura 12: Relação entre campo elétrico e deformação em material piezoeletrico. Fonte: Leo D.J., 2007.

Dadas as relações apresentadas até então, o efeito piezoeletrico direto, assim como o inverso, pode ser expresso por uma relação entre tensão, deformação, campo elétrico e deslocamento elétrico. É importante ressaltar a coexistência dos dois efeitos. Consequentemente, é inconsistente desprezar a presença do efeito inverso em

aplicações em que se trabalha no efeito direto, e vice-versa (Erturk et al., 2009). Assumindo um elemento de material piezelétrico mostrado na Figura 13, com eletrodos posicionados na face superior e inferior do cubo e um eixo de coordenadas cartesianas orientado em um de seus vértices, pode-se denominar 3 direções: 1 é a largura, 2 o comprimento e 3 a altura. Por convenção, toma-se 3 como a direção da polarização. Dessa forma, as equações constitutivas podem ser descritas por (Leo, 2007)

$$S_i = s_{ij}^E T_j + d_{ik} E_k \quad (05)$$

$$D_m = d_{mj} T_j + \varepsilon_{mk}^T E_n \quad (06)$$

Os termos sobrescritos $()^T$ e $()^E$ denotam que as constantes são medidas a condições de tensão e campo elétrico constante, respectivamente.

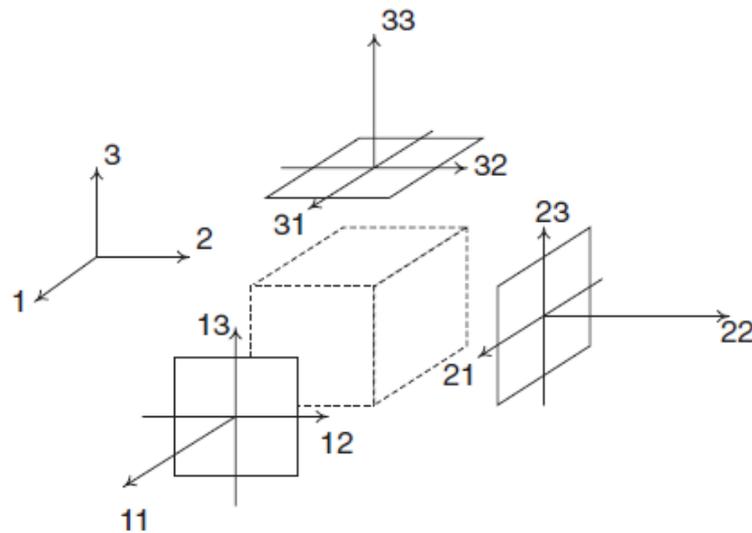


Figura 13: Cubo piezelétrico indicando os eixos coordenados da análise tridimensional. Fonte: Leo D.J., 2007.

Assim, duas maneiras mais usuais de trabalhar com materiais piezelétricos são apresentadas na Figura 14. O modo de operação 33, tanto a tensão aplicada como a polarização ocorrem na direção 3. Já no modo 31, a tensão ocorre na direção 1 e a polarização na direção 3, perpendiculares entre si.

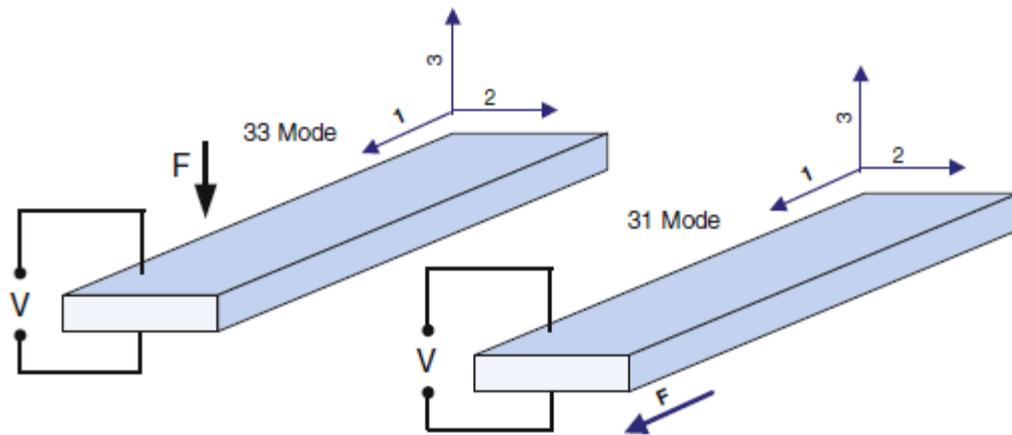


Figura 14: Modos de operação de um transdutor piezelétrico. Fonte: Priya e Inman, 2009.

A geometria mais comum utilizada em grande parte dos estudos de geração de energia através de materiais piezelétricos trabalha com uma estrutura fina e alongada de material piezelétrico, usualmente presa a um substrato elástico. Nesse cenário, o modo de operação 31 é utilizado. As equações constitutivas também podem ser representadas por:

$$S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \quad (07)$$

$$D_3 = d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3 \quad (08)$$

4 DISPOSITIVO PARA COLHEITA DE ENERGIA

As configurações de dispositivos para a colheita de energia normalmente consistem em placas ou vigas alongadas com perfil retangular, sendo essas estruturas revestidas com material piezelétrico, engastada em uma ponta e livre para vibrar na outra. Essa configuração é escolhida pois, além de ser geometricamente compatíveis com o processo de fabricação de sistemas microeletromecânicos, as formas podem gerar grandes deformações ao material, e, conseqüentemente, mais energia pode ser convertida. A Figura 15 mostra a representação esquemática de uma configuração comumente adotada, composta por uma camada estrutural e duas camadas piezelétricas. Como ilustrado, o dispositivo opera no modo de operação 31, com camadas piezelétricas conectadas em série. A configuração de viga alongada engastada sujeita a vibração pode ser representada por um modelo com um grau de liberdade atribuído ao primeiro modo de vibração da viga (Du Toit, 2005). Assim, o equacionamento proposto neste trabalho considera um modelo de oscilador mecânico conectado a um circuito elétrico externo por um elemento piezelétrico simplificado para um grau de liberdade com o propósito de colheita de energia.

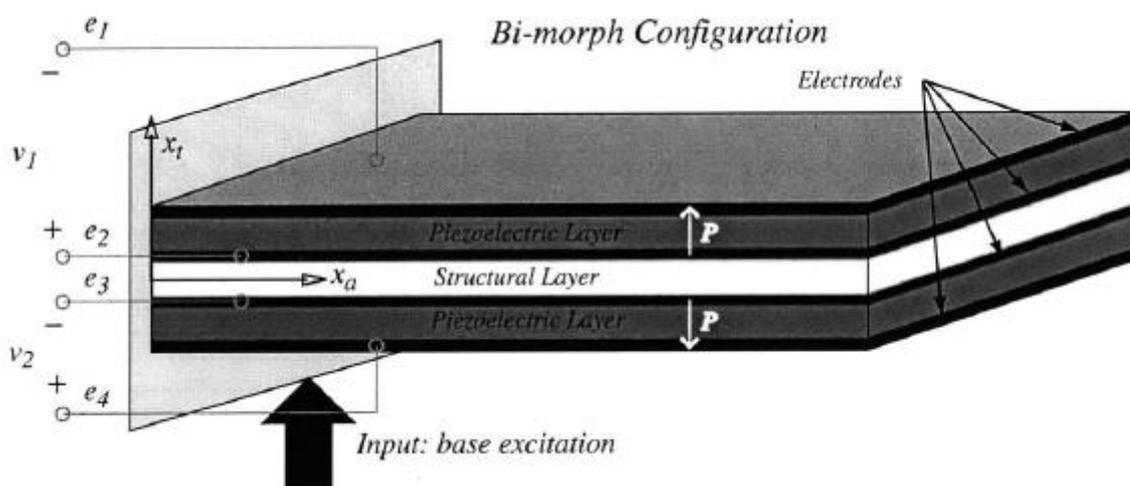


Figura 15: Configuração de uma viga bimorfa para operação em modo 31. (Fonte: du Toit 2005)

O modelo do oscilador com um grau de liberdade é apresentado na Figura 16. Compõe-se por um oscilador mecânico de massa m , conectado a uma mola de rigidez k e um elemento de amortecimento de coeficiente c . Acrescenta-se ainda um circuito

elétrico e o acoplamento eletromecânico com um elemento piezelétrico que converte a energia mecânica em energia elétrica. O circuito é representado por uma resistência elétrica R e uma tensão V através do piezelétrico. C_p equivale à capacitância, e o termo do acoplamento eletromecânico é representado por θ . O sistema é sujeito a uma excitação de base $u = u(t)$. O deslocamento da massa oscilatória em relação a um referencial inercial é representado por y , enquanto z é o deslocamento desta massa relativo a base. Há também dois suportes fixos atuando como batente, restringindo o deslocamento do oscilador. Estes suportes de massa desprezível são representados com uma rigidez k_s , além de coeficientes de amortecimento c_s . A distância entre a massa e os suportes definem os gaps g do modelo. Os subíndices (1) e (2) são utilizados para especificar parâmetros relacionados aos batentes superior e inferior, respectivamente.

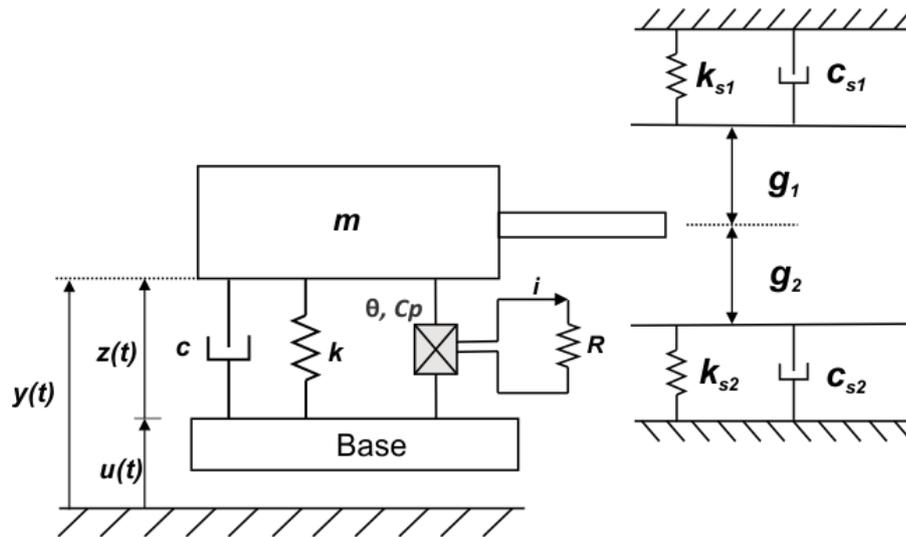


Figura 16: Modelo esquemático do oscilador mecânico para captação de energia através de materiais piezelétricos e anteparos não-suaves.

O sistema dinâmico avaliado neste trabalho apresenta três modos: com contato entre a massa oscilatória e o suporte 1 (superior), contato com o suporte 2 (inferior) e sem contato. As equações de movimento para as três ocasiões são descritas por

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz - \theta V = -m\ddot{u} \quad \text{se } g_2 < z < g_1 \quad (\text{sem contato}) \quad (09)$$

$$m\ddot{z} + (c + c_{s1})\dot{z} + kz + k_{s1}(z - g_1) - \theta V = -m\ddot{u} \quad \text{se } z \geq g_1 (\text{contato em 1}) \quad (10)$$

$$m\ddot{z} + (c + c_{s2})\dot{z} + kz + k_{s2}(z - g_2) - \theta V = -m\ddot{u} \quad \text{se } z \leq g_2 (\text{contato em 2}) \quad (11)$$

A equação diferencial do sistema elétrico para todas as ocasiões é dada por

$$\theta\dot{z} + Cp\dot{V} + \frac{1}{R}V = 0 \quad (12)$$

A potência elétrica instantânea captada do sistema é definida por $P = V^2/R$, e os valores médios para a potência de saída e de entrada são dados, respectivamente, por

$$P_{out} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t (V^2/R) dt} \quad (13)$$

$$P_{in} = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t ((m\ddot{u})\dot{z})^2 dt} \quad (14)$$

A excitação de base é descrita pelo harmônico $\ddot{u} = \delta \text{sen}(\omega t)$, com varredura crescente a partir de $\omega = 500 \text{ rad/s}$. A eficiência η do sistema pode ser avaliada a partir de uma relação entre as potências elétrica (saída) e mecânica (entrada), $\eta = P_{out}/P_{in}$.

Os parâmetros físicos empregados são baseados em Kim et al. (2010), dispostos na Tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros do Sistema (Kim et al. 2010)

m	k	c	δ	C_p	R	θ
(kg)	(Nm ⁻¹)	(Nsm ⁻¹)	(m/s ²)	(F)	(Ω)	(NV ⁻¹)
0,00878	4150	0,219	2,5	$4,194 \times 10^{-8}$	100×10^3	-0,004688

Com o equacionamento para um modelo de um grau de liberdade realizado, a realização da equivalência dos parâmetros constitutivos do modelo eletromecânico real é necessária para que a viga em balanço bimorfa possa ser representada por um sistema massa mola amortecedor com um piezelétrico. Este capítulo apresenta a

modelagem matemática para verificação de parâmetros utilizados por Kim et al. (2010) no sistema massa mola de um grau de liberdade. A verificação será feita para a massa e a rigidez.

Du Toit (2005) e Kim et al. (2010) se baseiam na teoria de Euler-Bernoulli e o método da energia, iniciando com um sistema geral de múltiplos graus de liberdade e, então, focando em uma solução analítica para um modelo com um grau de liberdade que seja adequado para descrever a performance do dispositivo. Assim, características mecânicas e elétricas do dispositivo são extraídas.

De acordo com Du Toit (2005) o método da energia relaciona energia cinética (T_k), energia potencial interna (U), energia elétrica (W_e) e trabalho externo (W):

$$\int_{t_1}^{t_2} [\delta(T_k - U + W_e) + \delta W] dt = 0 \quad (15)$$

Os termos de energia e trabalho externo são definidos como:

$$T_k = \frac{1}{2} \int_{V_s} \rho_s \dot{u}^t \dot{u} dV_s + \frac{1}{2} \int_{V_p} \rho_p \dot{u}^t \dot{u} dV_p \quad (16)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_{V_s} S^t T dV_s + \frac{1}{2} \int_{V_p} S^t T dV_p \quad (17)$$

$$W_e = \frac{1}{2} \int_{V_p} E^t D dV_p \quad (18)$$

$$\delta W = \sum_{k=1}^{nf} \delta u_k f_k(t) + \sum_{j=1}^{nq} \delta \varphi_j q_j \quad (19)$$

Ao solucionar estas equações obtemos as equações de governo para um sistema equivalente de um grau de liberdade com excitação de base descritas anteriormente por (09) e (12).

Desenvolvendo as equações (09) e (12), os termos das equações para o caso de um grau de liberdade, massa m atribuída ao modelo e rigidez do sistema k do sistema são definidos abaixo:

$$m = \int_0^L M \psi_r^2 dx_a \quad (20)$$

$$k = m\omega_1^2 \quad (21)$$

Nas equações acima, o termo M se refere à massa por unidade de comprimento e o termo ψ_r se refere ao primeiro modo de vibração.

Para a equação de governo (09), a solução analítica segundo Du Toit (2005) pode ser expressa conforme:

$$\left| \frac{r}{B_f \ddot{w}_B} \right| = \frac{1}{k} \frac{\sqrt{1 + (\gamma\Omega)^2}}{\sqrt{[1 - (1 + 2\zeta_m\gamma)\Omega^2]^2 + [(2\zeta_m + \{1 + K^2\}\gamma)\Omega - \gamma\Omega^3]^2}} \quad (22)$$

$$\left| \frac{v}{(B_f \ddot{w}_B)^2} \right| = \frac{1}{|\theta|} \frac{\gamma K^2 \Omega}{\sqrt{[1 - (1 + 2\zeta_m\gamma)\Omega^2]^2 + [(2\zeta_m + \{1 + K^2\}\gamma)\Omega - \gamma\Omega^3]^2}} \quad (23)$$

$$\left| \frac{P_{out}}{(B_f \ddot{w}_B)^2} \right| = \frac{\omega_1}{k} \frac{\gamma K^2 \Omega^2}{\sqrt{[1 - (1 + 2\zeta_m\gamma)\Omega^2]^2 + [(2\zeta_m + \{1 + K^2\}\gamma)\Omega - \gamma\Omega^3]^2}} \quad (24)$$

onde P_{out} é a potência de saída, γ é a constante de tempo adimensional, K é o acoplamento do sistema e Ω é a frequência adimensional, equacionadas conforme a seguir:

$$\gamma = \omega_n R C_p \quad (25)$$

$$K^2 = \frac{\theta^2}{k C_p} \quad (26)$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (27)$$

onde ω é a frequência de excitação, ω_n é a frequência natural do sistema. A fração de amortecimento mecânico ζ_m está relacionada à constante de amortecimento c pela equação

$$\zeta_m = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (28)$$

A Tabela 2 apresenta os parâmetros de material e geometria do dispositivo de Kim et al. 2010.

Tabela 2: Características geométricas e propriedades estruturais utilizados por Kim et al. 2010

Dimensões do dispositivo		
Variável	Valor	Unidade
Comprimento da viga piezolétrica (L_{tot})	53	mm
Largura da viga piezolétrica (b)	31,7	mm
Espessura da camada de piezolétrico (t_p)	0,275	mm
Espessura da camada estrutural (t_s)	0,126	mm
Propriedades dos materiais		
Massa específica da camada de piezolétrico (ρ_p)	7750	Kg/m ³
Massa específica da camada estrutural (ρ_s)	7630	Kg/m ³
Módulo de elasticidade da camada de piezolétrico (E_p)	61	GPa
Módulo de elasticidade da camada estrutural (E_s)	100	GPa

Para cálculo da massa através da equação (20), pode-se desprezar o termo referente ao modo de vibrar pois a inércia da massa é muito maior do que a inércia da viga piezolétrica. Encontra-se:

$$m = \int_0^L M dx_a = ML$$

Sendo M a massa por unidade de comprimento da viga e L o comprimento da viga. Logo, a partir das dimensões e propriedades das porções estruturais e piezolétricas da viga apresentada na tabela 2, temos:

$$m = ML = 2 \times L_{tot} \times b \times t_p \times \rho_p + L_{tot} \times b \times t_s \times \rho_s$$

$$m = 2 \times 53 \times 31,7 \times 0,275 \times 7750 \times 10^{-9} + 53 \times 31,7 \times 0,126 \times 7630 \times 10^{-9}$$

$$m = 0,00878 \text{ kg}$$

Este valor para m é compatível com o encontrado por Kim et al. 2010 em seu trabalho, apresentado na tabela 1.

Para cálculo da rigidez utilizamos o valor da frequência de ressonância encontrado experimentalmente por Kim et al. 2010. Sabendo que $109,5 \text{ Hz} = 688 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, temos:

$$K = m\omega_1^2 = 0,00878 \times 688^2 = 4150 \text{ Nm}^{-1}$$

Os valores encontrados estão, portanto, de acordo com o utilizado por Kim et al. (2010).

As simulações numéricas foram realizadas para o modelo de um grau de liberdade apresentado. As equações de (09) a (12) foram integradas utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem. Após a realização de uma análise de convergência, as simulações foram desenvolvidas para avaliar a capacidade de geração de energia do sistema. Considerou-se um passo de tempo da ordem de 10^{-5} s , e uma varredura crescente da frequência foi realizada. Para cada uma das frequências analisadas utilizaram-se 100 períodos, sendo os primeiros $\frac{3}{4}$ considerados regime transiente e o último $\frac{1}{4}$ como regime permanente. Deslocamento relativo (z), potência (P_{out}) e eficiência (η) são avaliados em função da frequência de forçamento para diferentes valores de rigidez e amortecimento dos suportes (k_s e c_s respectivamente) e gap g . Neste sentido, definem-se parâmetros adimensionais α e β que definem a razão entre o amortecimento e rigidez do suporte para o oscilador mecânico: $\alpha = c_s/c$ e $\beta = k_s/k$. Os parâmetros físicos empregados nas simulações numéricas são baseados em Kim et al. (2010), conforme dispostos na Tabela 1.

5 RESULTADOS

Os efeitos da vibração e das não linearidades associadas ao sistema de energia foram analisadas numericamente para investigar o efeito de diferentes parâmetros na resposta dinâmica do sistema. O estudo foca na influência de diferentes configurações para os gaps, rigidez e amortecimento sobre o deslocamento máximo, potência gerada e eficiência. As simulações foram realizadas implementando-se, em um primeiro momento, apenas um suporte descontínuo para impactos. Em seguida foi analisado o caso onde há impactos em ambos os suportes.

Primeiramente, o resultado analítico proposto por Du Toit (2005) na equação 18 é comparado ao resultado obtido numericamente para o deslocamento, conforme a Figura 17. Essa avaliação é feita considerando um gap grande o suficiente para que não haja impacto com os suportes, isto é, o sistema opera dentro do limite linear elástico.

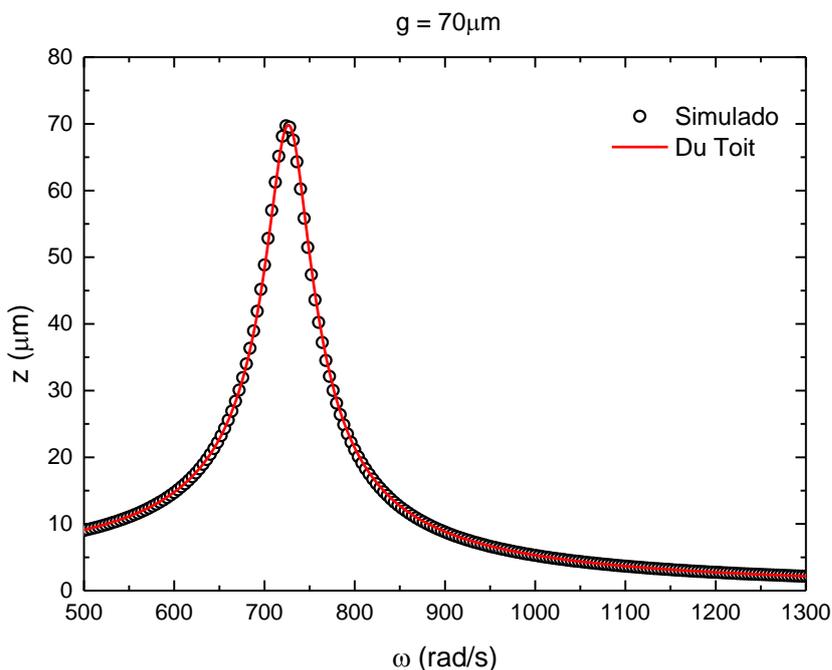


Figura 17: Comparação entre resultados obtidos numericamente e analiticamente para o caso sem impacto com o suporte.

É possível observar que o resultado obtido pelo modelo numérico implementado apresenta alta compatibilidade com o modelo analítico proposto por Du

Toit (2005).

Nas análises, tomou-se como referência inicial os resultados obtidos por Ai et al. (2019) em seu estudo de um sistema não amortecido utilizando um único batente, ou seja, a condição descrita pela equação 27 inexistente. A partir dele, procurou-se introduzir o amortecimento e o segundo batente e investigar os efeitos na resposta do conversor.

A Figura 18 apresenta os resultados do deslocamento máximo em função da frequência de base para diferentes valores de rigidez (k_s) de um suporte único, considerando $g = 50 \mu\text{m}$, obtido numericamente por Ai et al. (2019). Para obtenção desse resultado assume-se o amortecimento do oscilador e do suporte único como iguais ($\alpha = 1$). No caso em que $g = 70 \mu\text{m}$, o oscilador não toca o suporte em seu máximo deslocamento, o que significa um sistema linear com uma pequena faixa de frequências gerando uma resposta significativa na geração elétrica. Com a redução de g , o impacto possibilita a mudança na resposta do sistema, e o aparecimento de saltos dinâmicos. Com o impacto, observa-se a redução do pico de ressonância enquanto a faixa útil de captação é ampliada, pois há a excitação de frequências mais elevadas (Ai et al., 2019). Após o salto dinâmico, a resposta retorna a ser a mesma do modelo linear. É importante notar que a faixa útil de captação é ampliada quanto maior for a rigidez do batente mecânico em relação a do oscilador. O resultado da Figura 18 será, posteriormente, tomado para fins de comparação com outras configurações, pois, segundo o estudo numérico de Ai et al. (2019), foi o que apresentou maior eficiência média no intervalo de 500 a 1400 rad/s.

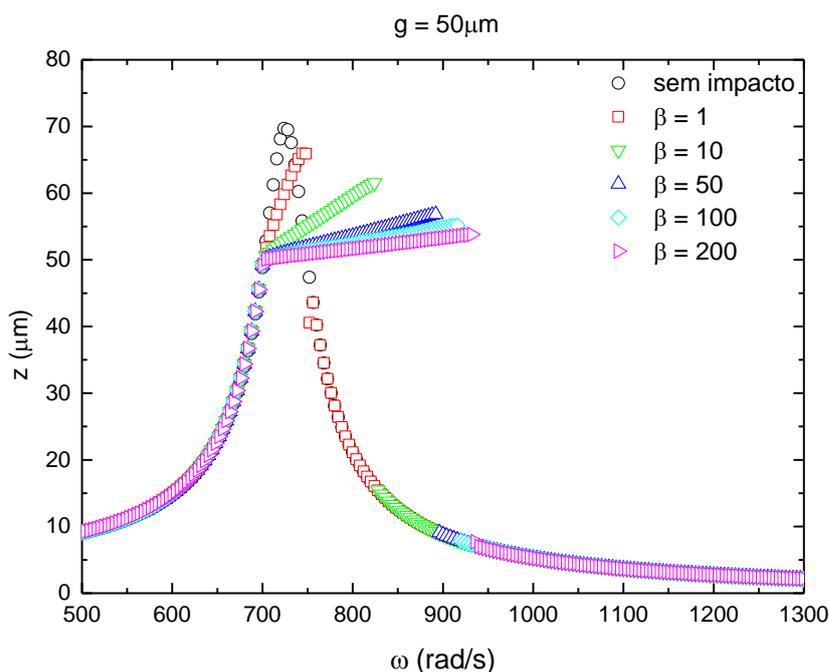


Figura 18: Deslocamento máximo versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e o sistema incorporando impactos em um suporte descontínuo usando $g = 50 \mu m$ para diferentes valores de β .

Implementou-se, então, o fator de amortecimento para o batente mecânico. A primeira simulação realizada busca investigar o efeito do amortecimento sobre a resposta dinâmica do sistema. A Figura 19 apresenta os resultados do deslocamento em função da frequência de base para diferentes valores de amortecimento do suporte (c_s), considerando $g = 50 \mu m$, $\beta = 10$ e impactos ocorrendo em apenas um suporte descontínuo. Conforme observado anteriormente, o impacto causa a mudança do comportamento dinâmico do sistema. No entanto, a antecipação do salto dinâmico para frequências mais baixas quando introduzido o amortecimento é notada se comparado ao caso não amortecido, $\alpha = 1$. Após o salto dinâmico, a resposta retorna a ser a mesma do modelo linear.

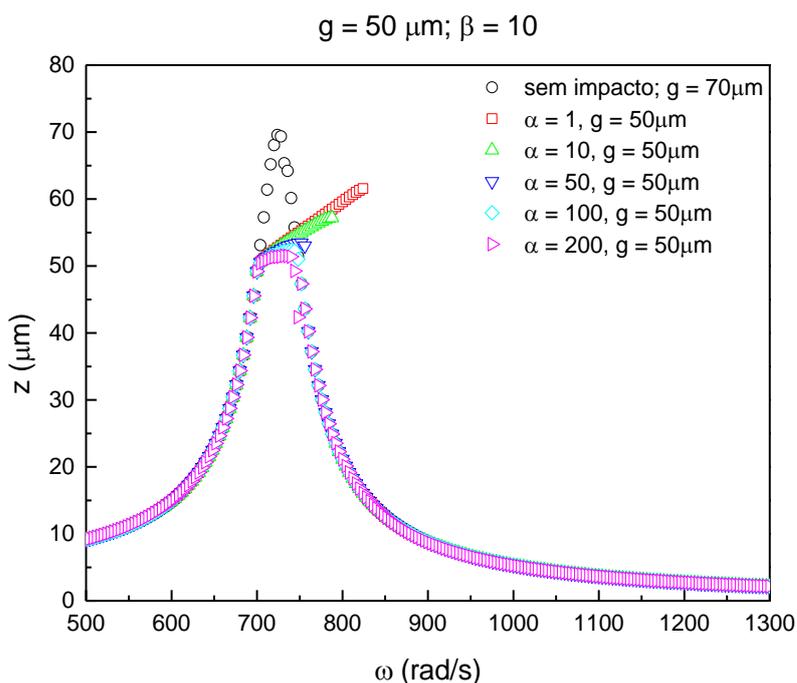


Figura 19: Deslocamento máximo versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos em um suporte descontínuo usando $g = 50 \mu\text{m}$ para diferentes valores de α usando $\beta = 10$.

Analisando um caso com maior rigidez do suporte, obtém-se uma redução da faixa de frequências ainda mais evidente com o aumento do amortecimento, conforme Figura 20. Contudo, nesta situação é possível obter maior aproveitamento energético para casos pouco amortecidos devido ao alargamento da banda.

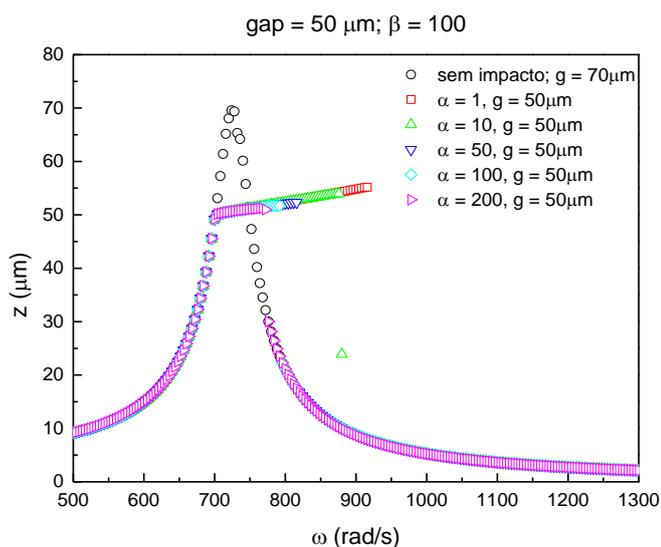


Figura 20: Deslocamento máximo versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos usando $g = 50 \mu\text{m}$ para diferentes valores de α usando $\beta = 100$.

Resultados considerando valores menores do gap g para a rigidez de maior eficiência ($\beta = 100$) são mostrados na Figura 21.

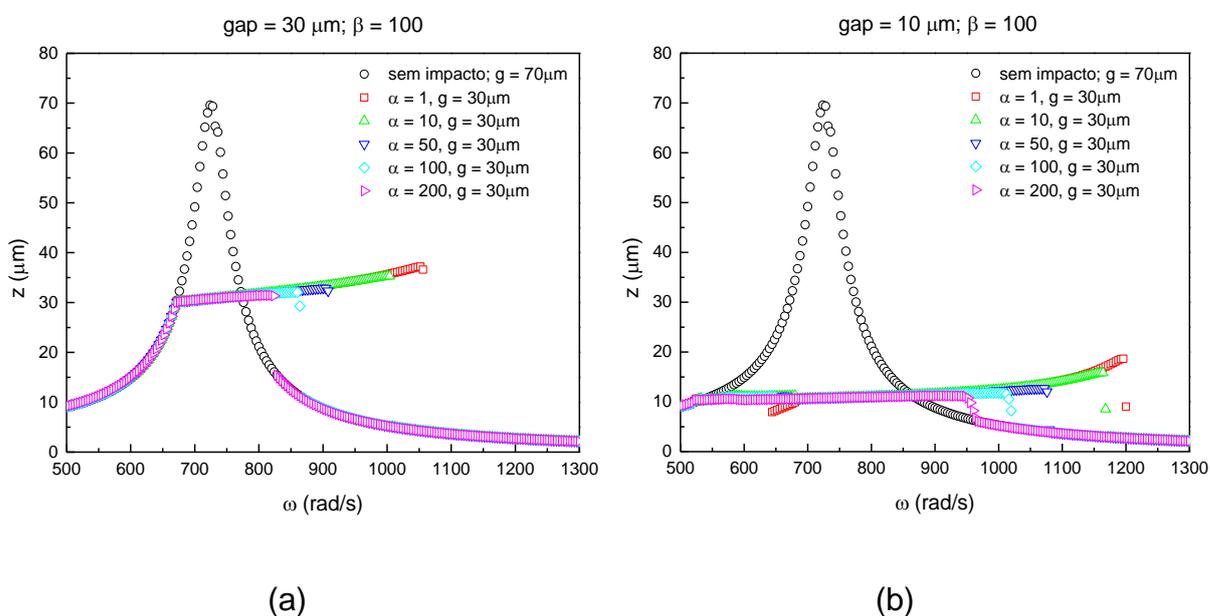


Figura 21: Deslocamento máximo versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos usando $\beta = 100$ para diferentes valores de α com: (a) $g = 30 \mu\text{m}$ e (b) $g = 10 \mu\text{m}$.

Avaliando as Figuras 19, 20 e 21 pode-se notar a pouca influência do fator de

amortecimento sobre a inclinação da resposta do deslocamento versus frequência na faixa onde ocorre o impacto, diferentemente do que ocorre com a variação de rigidez da Figura 18. Houve, todavia, a antecipação do retorno ao comportamento linear com o incremento da razão de amortecimento, diminuindo a faixa útil à colheita de energia.

A influência do impacto é analisada agora do ponto de vista da captação de energia. A Figura 22 mostra as curvas de potência captada em função da frequência de excitação para a condição de $\beta = 100$ analisada anteriormente.

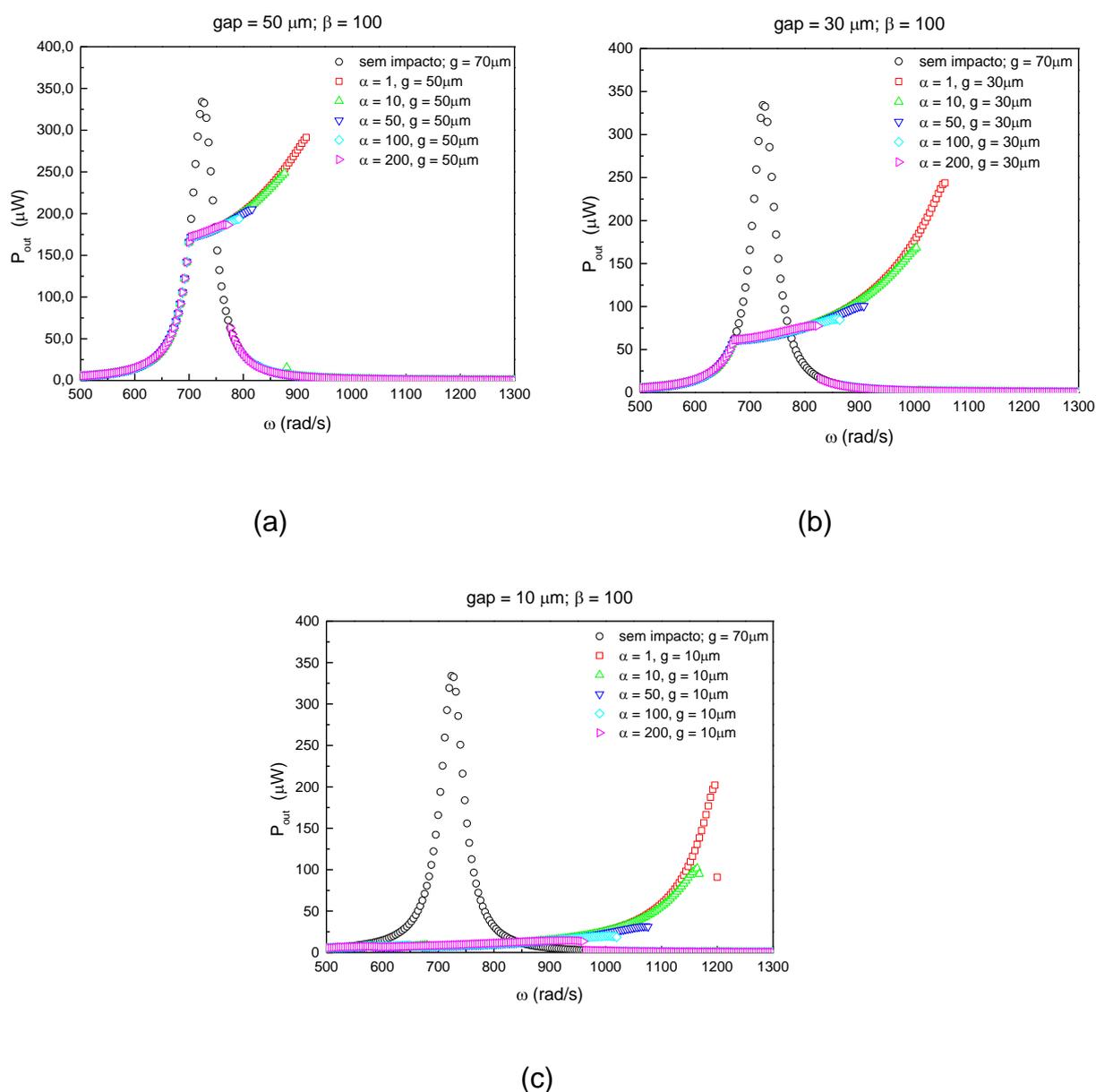


Figura 22: Potência elétrica média versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando $\beta = 100$ para diferentes valores de α para: (a) $g = 50 \mu m$, (b) $g = 30 \mu m$ e (c) $g = 10 \mu m$.

As curvas da Figura 22 permitem a mesma conclusão obtida pela análise do deslocamento relativo à frequência de forçamento.

Investigou-se, ainda, os pontos onde ocorrem os saltos dinâmicos, como uma tentativa de prever em que momento o sistema apresentará uma diferença brusca na resposta. A busca foi feita ainda para o caso em que $\beta = 100$, com valores de gap de 50, 30 e 10 μm , e diferentes valores do fator de amortecimento. Os resultados são apresentados na Figura 23, onde é sugerida a redução da banda para captura energética devido à antecipação do retorno ao comportamento linear.

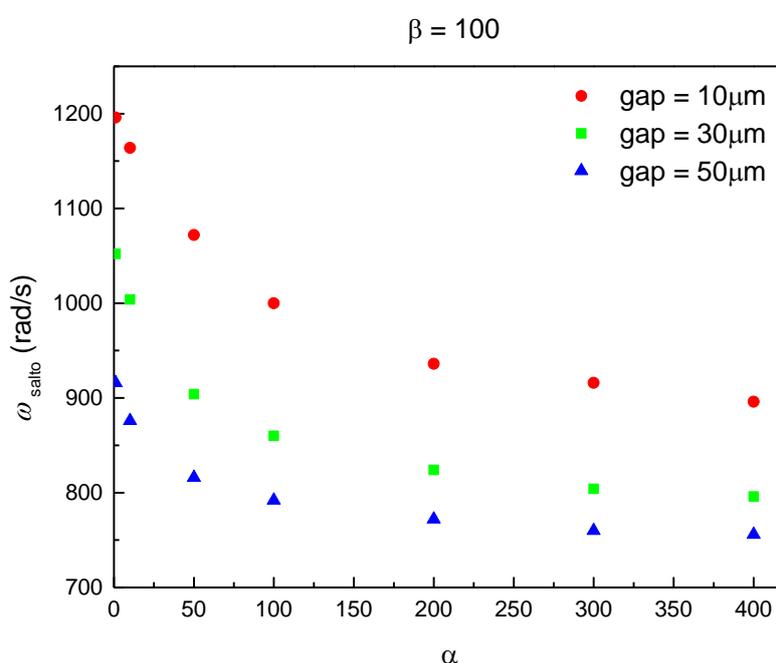


Figura 23: Frequência angular de ocorrência do salto dinâmico em função de α usando $\beta = 100$ para diferentes valores de g .

A eficiência do sistema também pode ser avaliada. As figuras 24, 25 e 26 representam a eficiência do sistema para gaps de 50, 30 e 10 μm , respectivamente. Elas comparam o modelo linear, sem impacto ($g = 70 \mu\text{m}$), com o impacto em um único batente introduzido para diferentes razões de amortecimento e mantendo o fator de rigidez $\beta = 100$ constante.

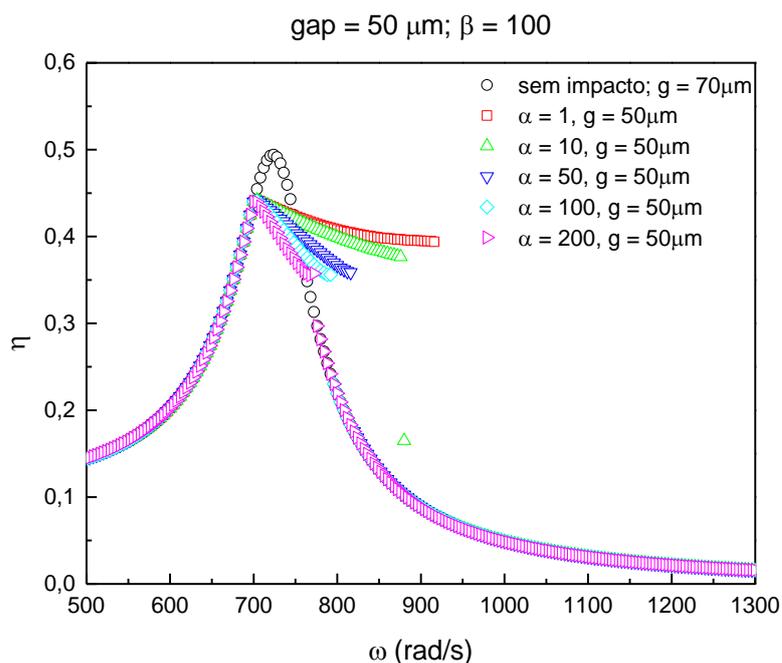


Figura 24: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos usando $g = 50 \mu\text{m}$ para diferentes valores de α usando $\beta = 100$.

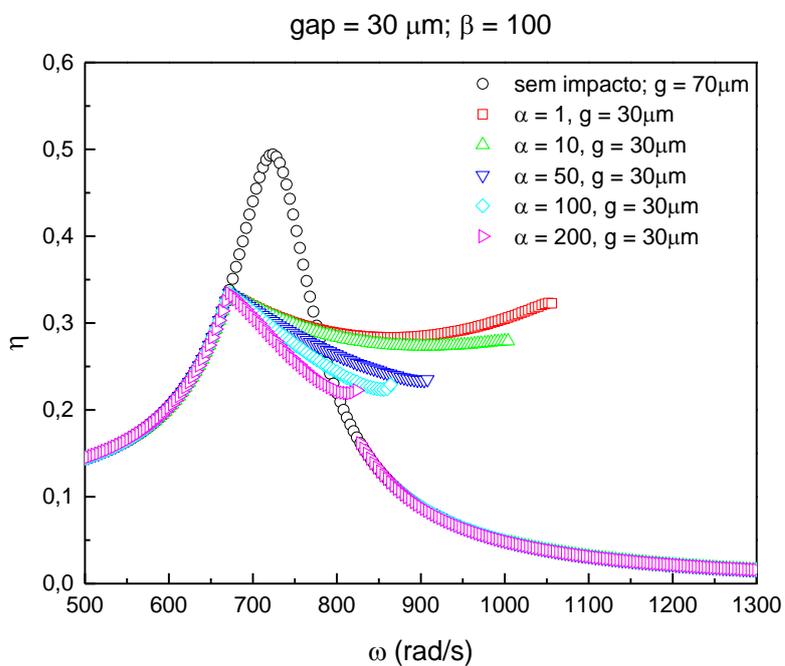


Figura 25: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos usando $g = 30 \mu\text{m}$ para diferentes valores de α usando $\beta = 100$.

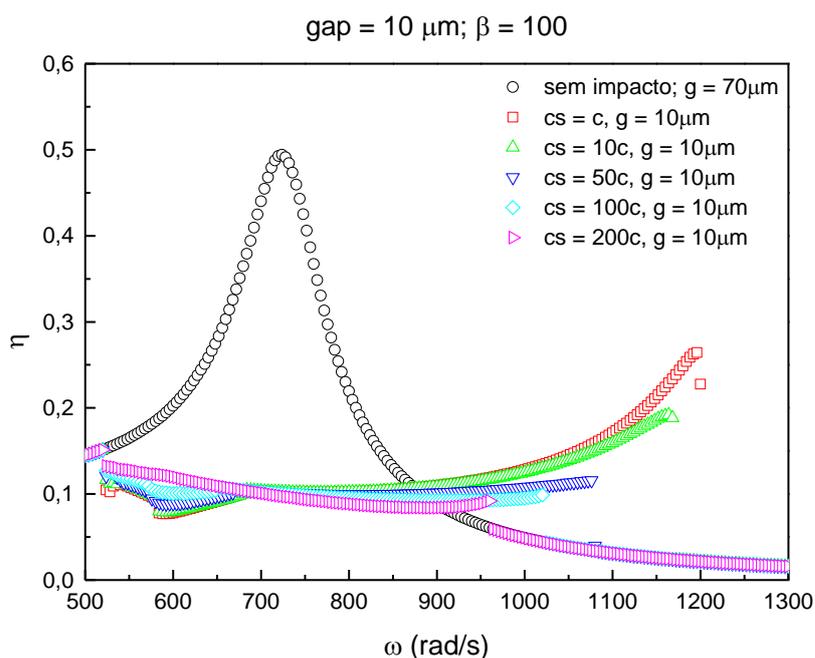


Figura 26: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos usando $g = 10 \mu\text{m}$ para diferentes valores de α usando $\beta = 100$.

Analisando as Figuras 24, 25 e 26, é difícil afirmar qual a configuração mais eficiente, visto que há a redução da amplitude de oscilação do sistema com a redução do gap, enquanto o intervalo de frequência onde se obtém maior captação energética é ampliado. A Figura 27 apresenta a média da potência gerada (\bar{P}_{out}), calculada entre 500 e 1300 rad/s para as situações de diferentes valores para o gap, em função do fator de amortecimento α , considerando o fator de rigidez $\beta = 100$. A linha escura representa a condição linear, onde não há impacto com o suporte. A mesma análise foi reproduzida para a eficiência do sistema, apresentada na Figura 28.

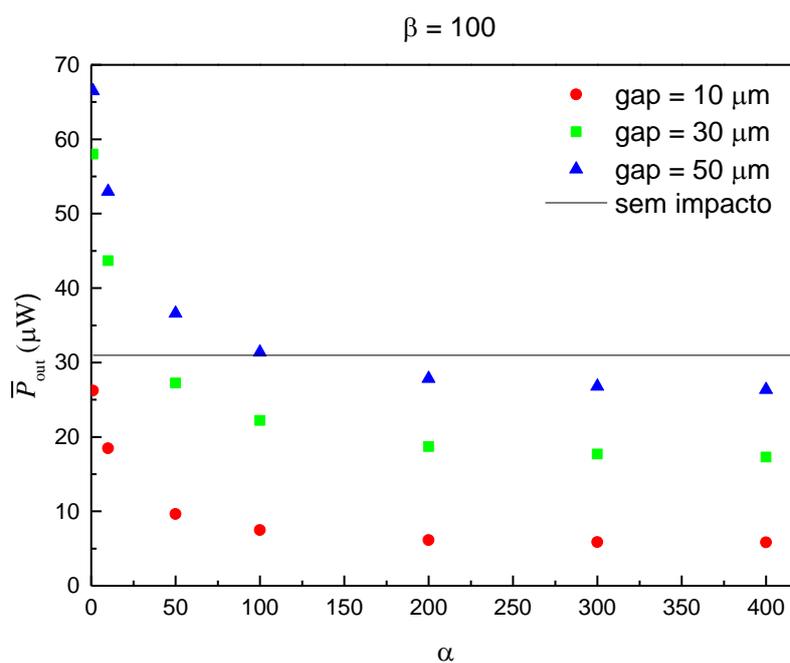


Figura 27: Média das potências de saída usando $\beta = 100$ no intervalo de 500 a 1300 rad/s em função de α para diferentes valores de g .

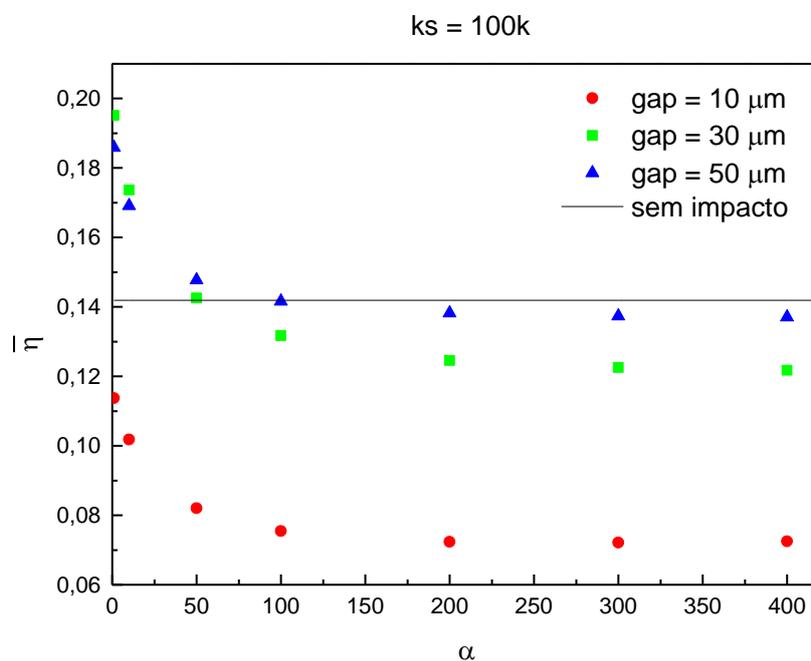


Figura 28: Média das eficiências usando $\beta = 100$ no intervalo de 500 a 1300 rad/s em função de α para diferentes valores de g .

A forma apresentada pelos gráficos das figuras 27 e 28 deixa claro o caráter

deletério do amortecimento para a geração elétrica. Tanto a potência média como a eficiência média decrescem gradualmente com o incremento do amortecimento até apresentar um comportamento assintótico. Para altos valores do fator α o sistema passa a ser ainda menos eficiente em relação ao modelo linear. Já para valores baixos de α os impactos podem de ampliar a faixa de frequências na qual se obtém uma boa resposta na conversão elétrica.

Agora é analisado o segundo suporte descontínuo. A expectativa inicial, motivada pela análise prévia de estudos semelhantes de outros autores, é que este impacto adicional no segundo batente seja capaz de evidenciar ainda mais as respostas obtidas a nível da frequência. Primeiramente analisam-se casos simétricos, onde os parâmetros de rigidez, amortecimento e gap são idênticos para os batentes superior e inferior. Com a observação prévia do efeito indesejado de redução da banda para razões de amortecimento elevadas, o fator $\alpha = 1$ foi considerado em todas as análises apresentadas para a configuração de duplo impacto.

A Figura 29 apresenta os resultados dos deslocamentos máximos nas porções superior e inferior em função da frequência de base para diferentes valores de rigidez dos suportes (k_s), considerando impactos em ambos os batentes e $g_1 = g_2 = 50 \mu\text{m}$.

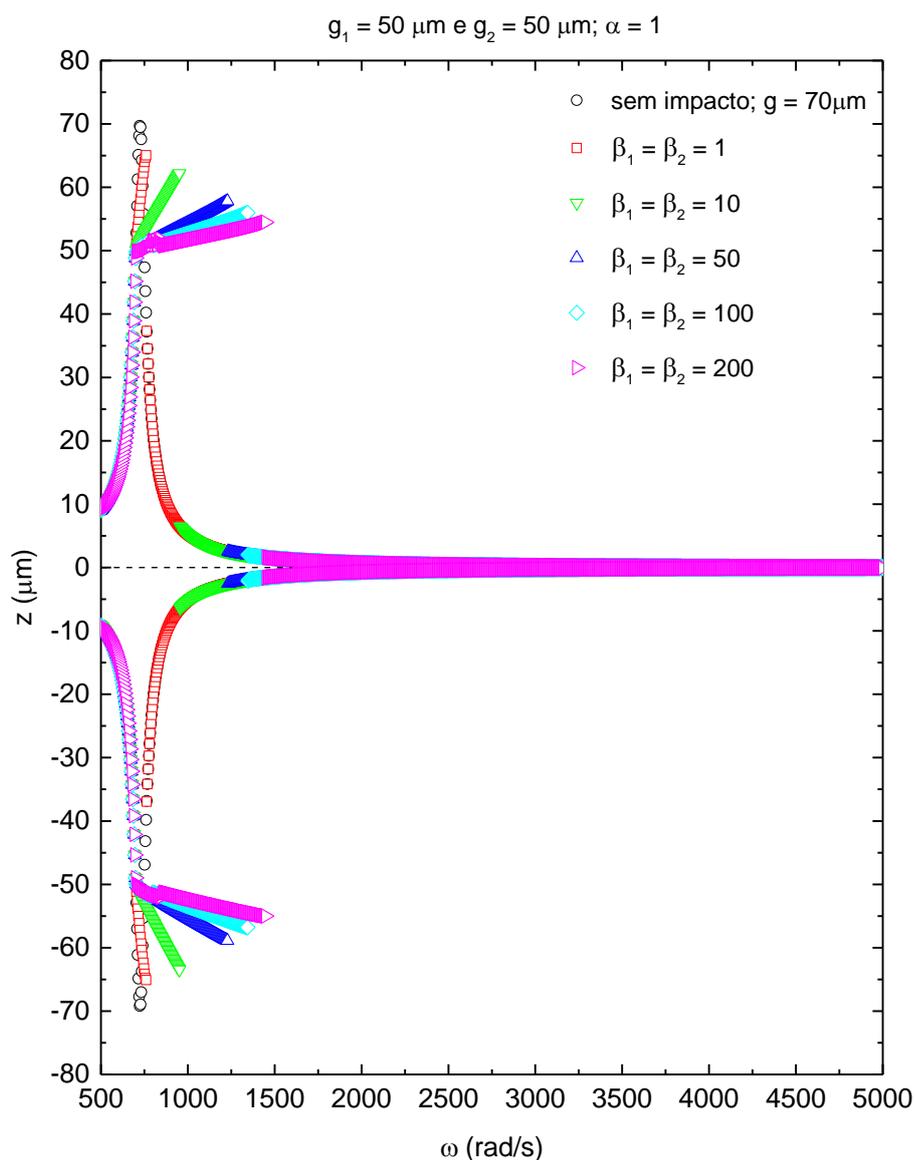


Figura 29: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos usando $g_1 = g_2 = 50 \mu\text{m}$ para diferentes valores de β .

Analisando casos com gap menor, de 30 e 10 μm , obtemos os resultados da figuras 30 e 31.

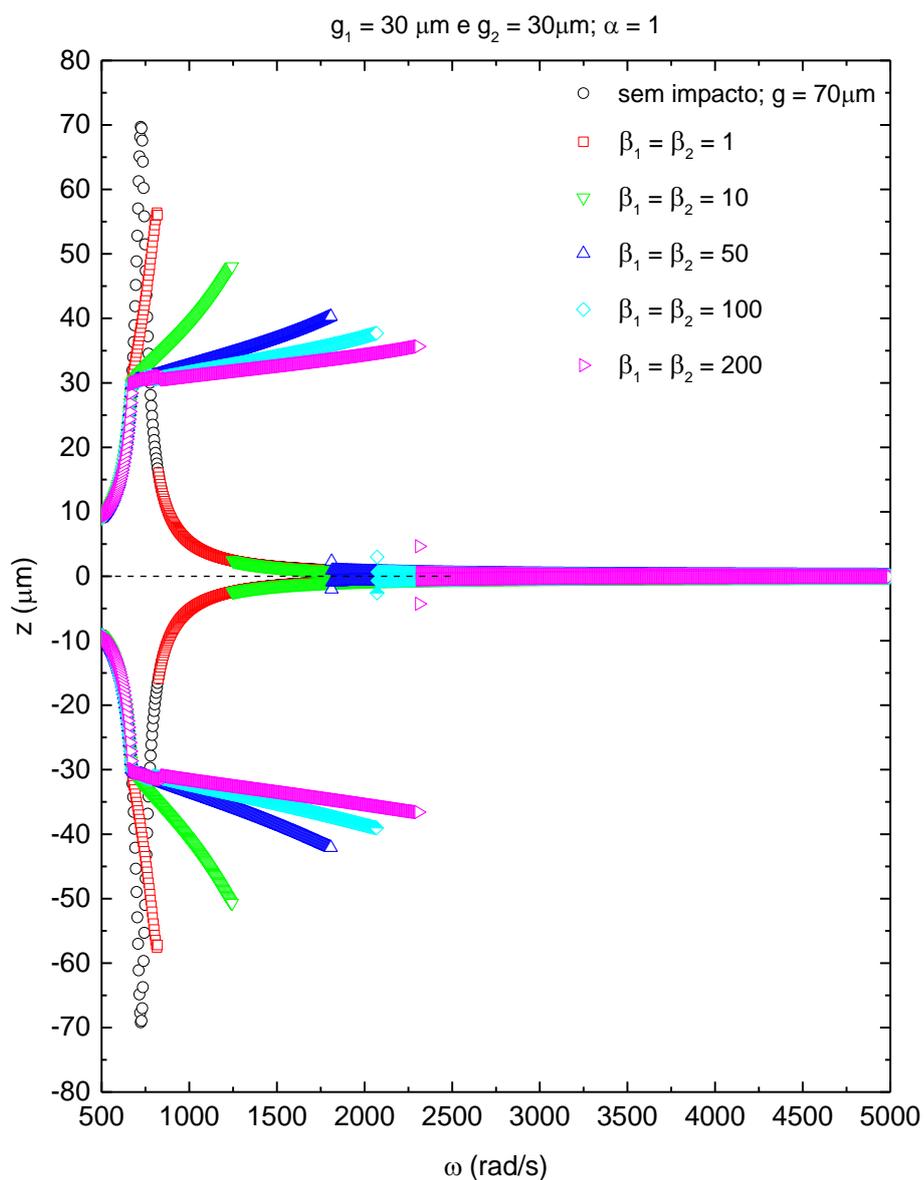


Figura 30: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos usando $g_1 = g_2 = 30 \mu\text{m}$ para diferentes valores de β .

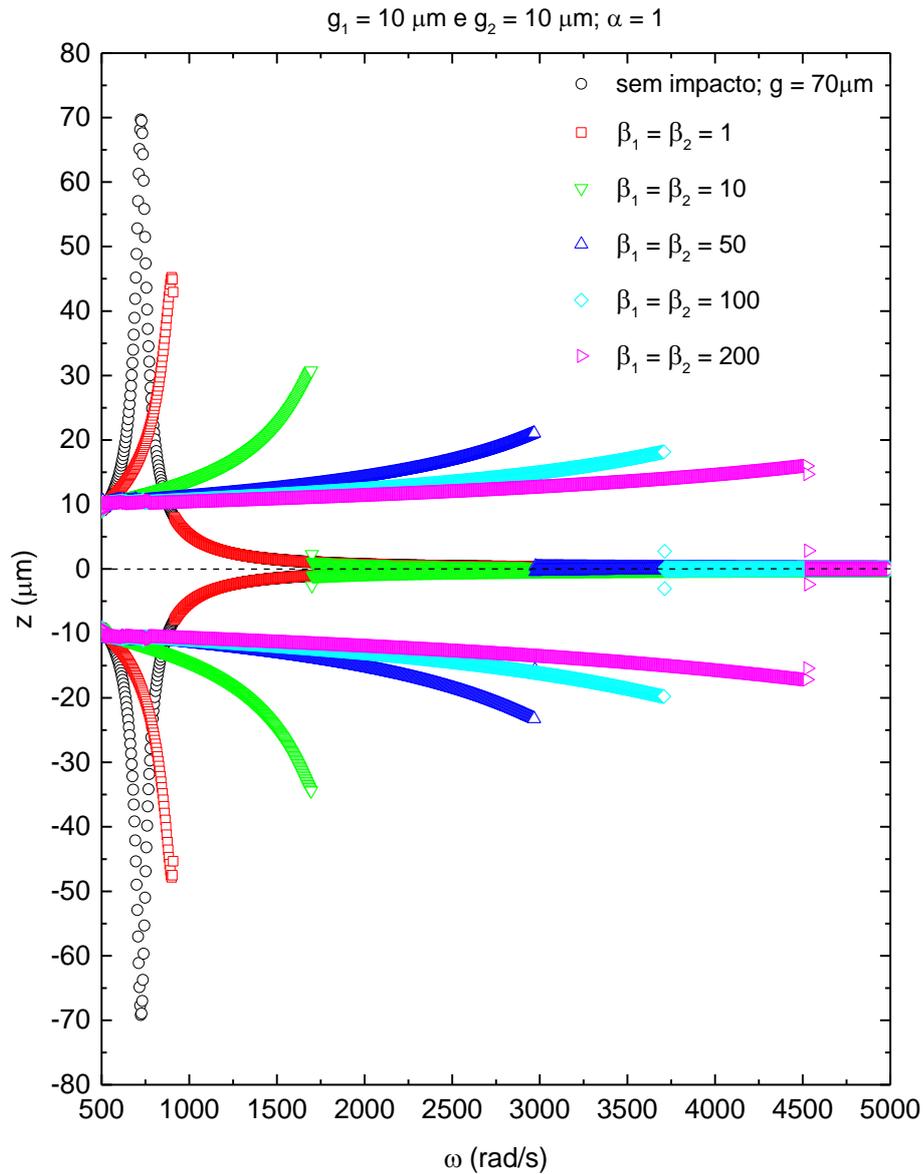


Figura 31: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos usando $g_1 = g_2 = 10 \mu\text{m}$ para diferentes valores de β .

Nota-se que, devido a simetria do gap, amortecimento e rigidez dos batentes superior e inferior, o resultado para o deslocamento apresenta simetria dos máximos e mínimos. Então, para melhor visualização do comportamento causado pelos impactos, a Figura 32 apresenta os deslocamentos máximos para diferentes valores de g considerando $\beta_1 = \beta_2 = 200$. Pode-se notar a redução da amplitude vibratória e

a excitação de frequências mais elevadas.

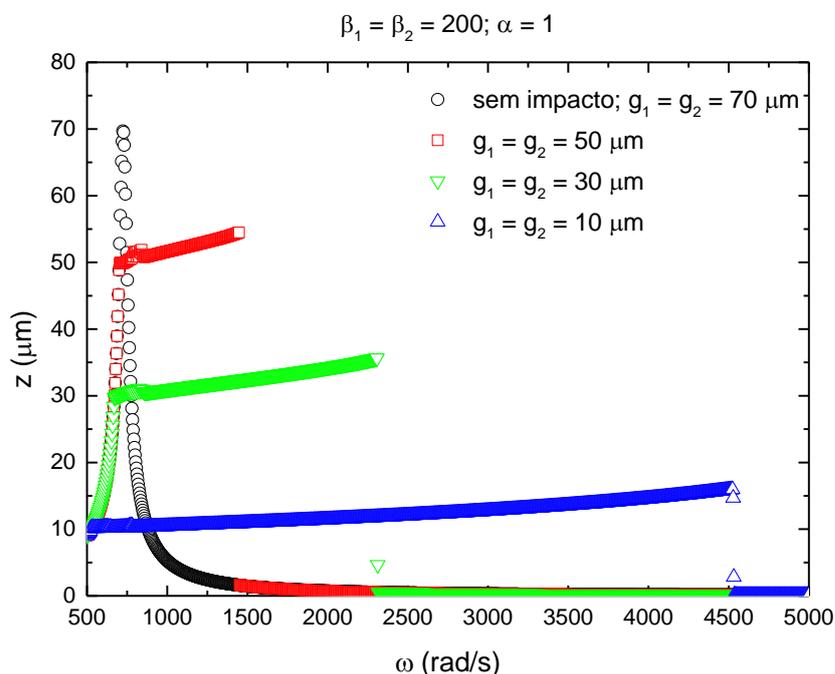


Figura 32: Máximo deslocamento superior versus frequência de forçamento para $\beta = 200$ a diferentes valores de g .

Para fins de comparação, apresenta-se na Figura 33 a diferença entre os resultados obtidos quando utilizado um e dois suportes descontínuos sob as mesmas condições de gap, rigidez e amortecimento. Nesta figura mostra-se apenas o deslocamento máximo para o caso com dois suportes descontínuos devido à simetria com os mínimos deslocamentos, conforme comentado previamente. Constata-se que a presença de um segundo impacto foi capaz de ampliar significativamente a faixa de frequência na qual se obtém os maiores deslocamentos, e conseqüentemente, maior geração de energia elétrica.

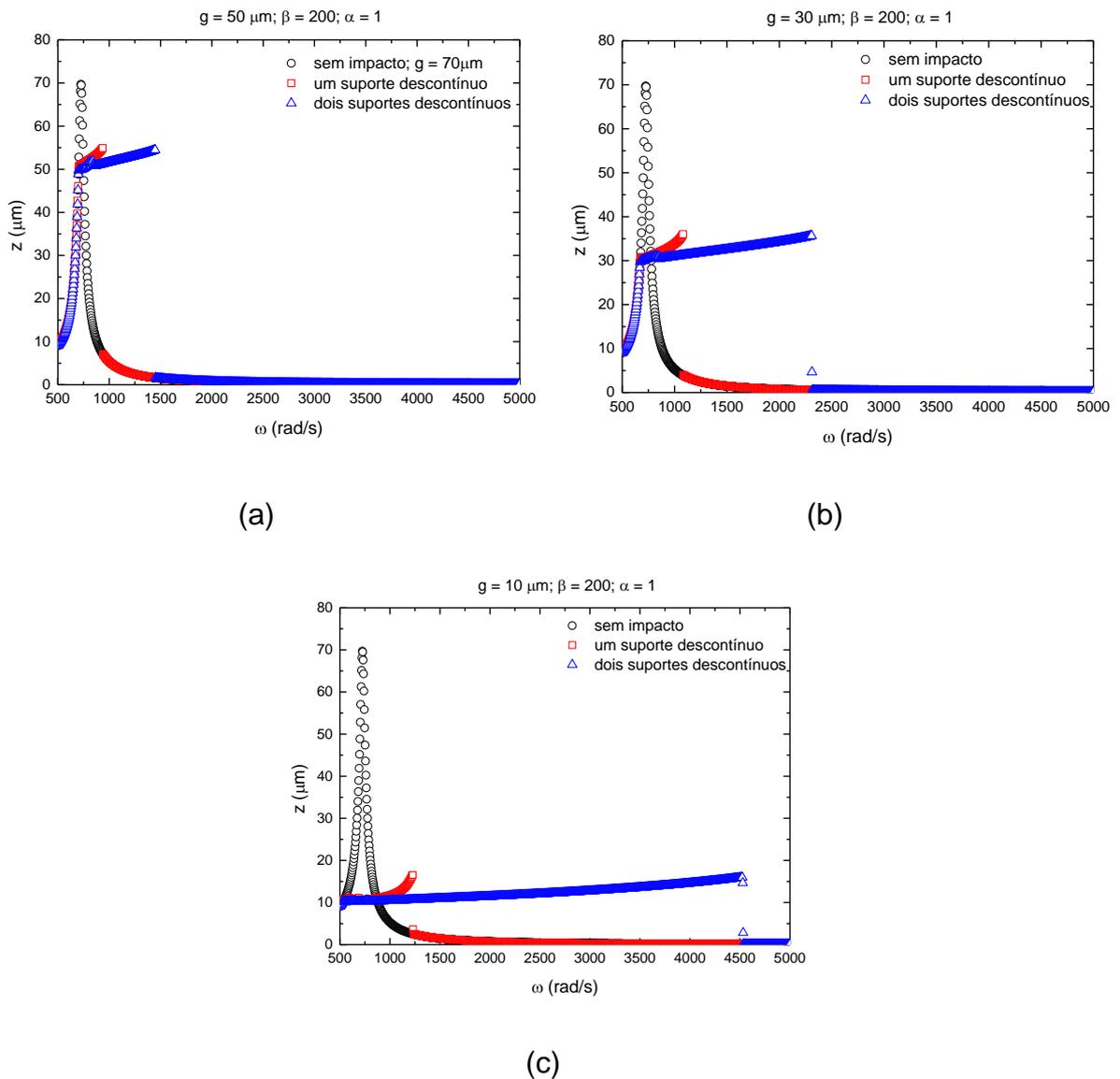


Figura 33: Máximo deslocamento superior versus frequência de forçamento comparando os casos com um e dois suportes descontinuos simétricos para $\beta = 200$, $\alpha = 1$ e (a) $g = 50 \mu\text{m}$, (b) $g = 30 \mu\text{m}$ e (c) $g = 10 \mu\text{m}$.

As Figuras 34, 35 e 36 apresenta os diagramas de fase obtidos na frequência onde ocorrem as máximas amplitudes de deslocamento, ou seja, onde ocorre o salto dinâmico, para casos com gaps de 50, 30 e 10 μm , respectivamente, e suas variaes de rigidez. Para o caso linear sem impactos, $g = 70 \mu\text{m}$, o diagrama apresenta uma forma suave e regular. No entanto, a órbita dos espaços de fase muda significativamente com a implementao dos impactos, tornando a curva achatada. Este efeito é ainda mais pronunciado quanto maior a rigidez dos suportes.

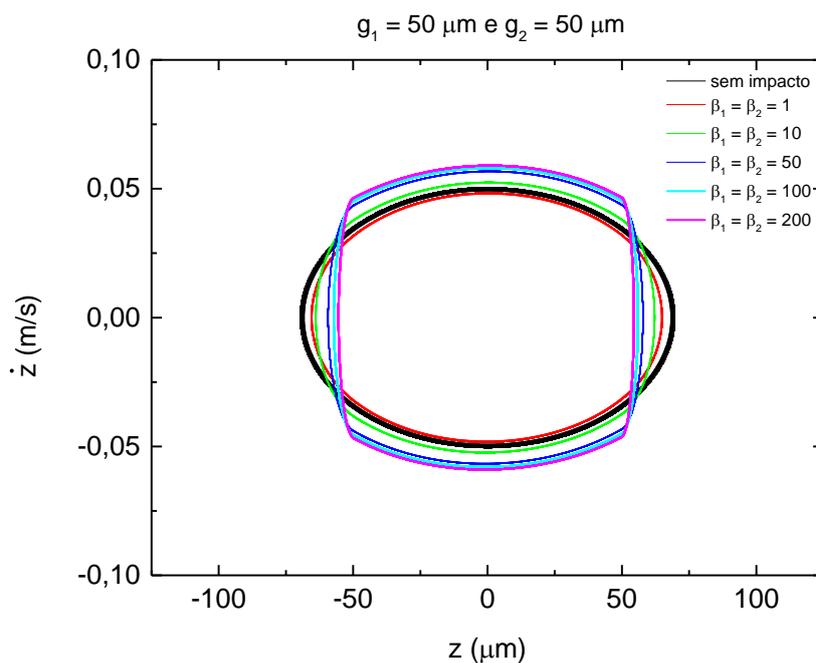


Figura 34: Espaços de fase em suas frequências de máximo deslocamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70\mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos $g = 50\mu\text{m}$.

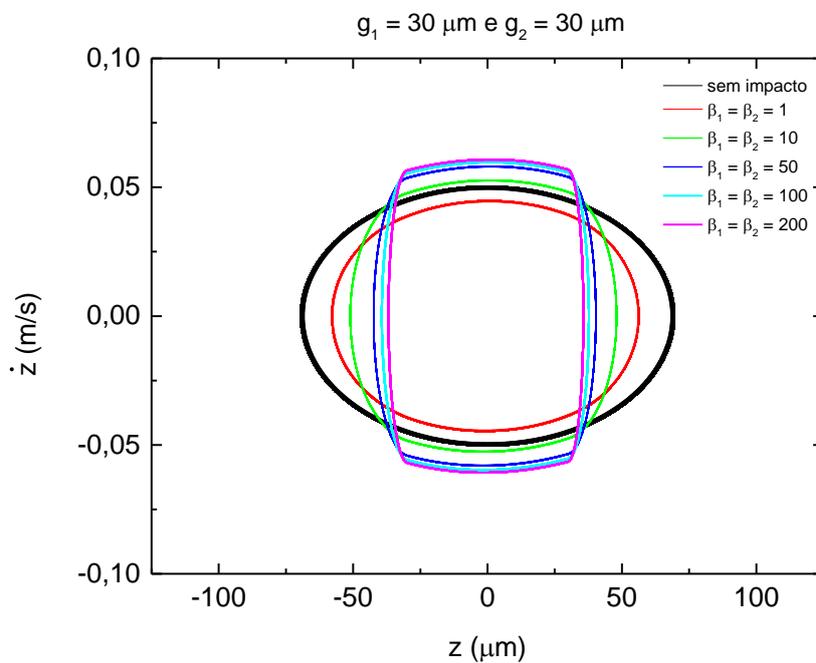


Figura 35: Espaços de fase em suas frequências de máximo deslocamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70\mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos $g = 30\mu\text{m}$.

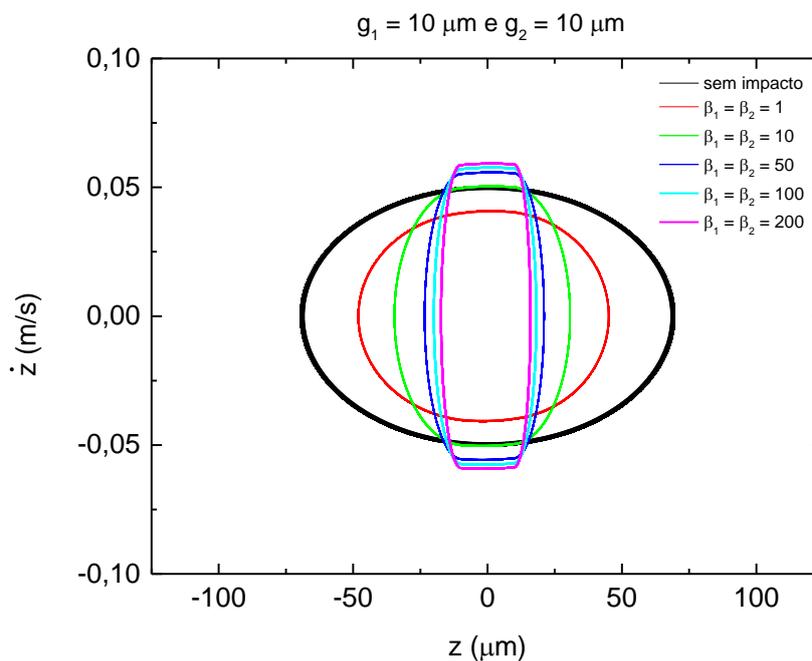


Figura 36: Espaços de fase em suas frequências de máximo deslocamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70\mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos $g = 10\mu\text{m}$.

A influência do duplo impacto é analisada agora do ponto de vista da captação de energia. A Figura 37 mostra as curvas de potência captadas para as condições de gap, rigidez e amortecimento do suporte discutidas anteriormente.

As curvas da Figura 37 permitem conclusão semelhante à obtida pela análise do deslocamento relativo a frequência de forçamento.

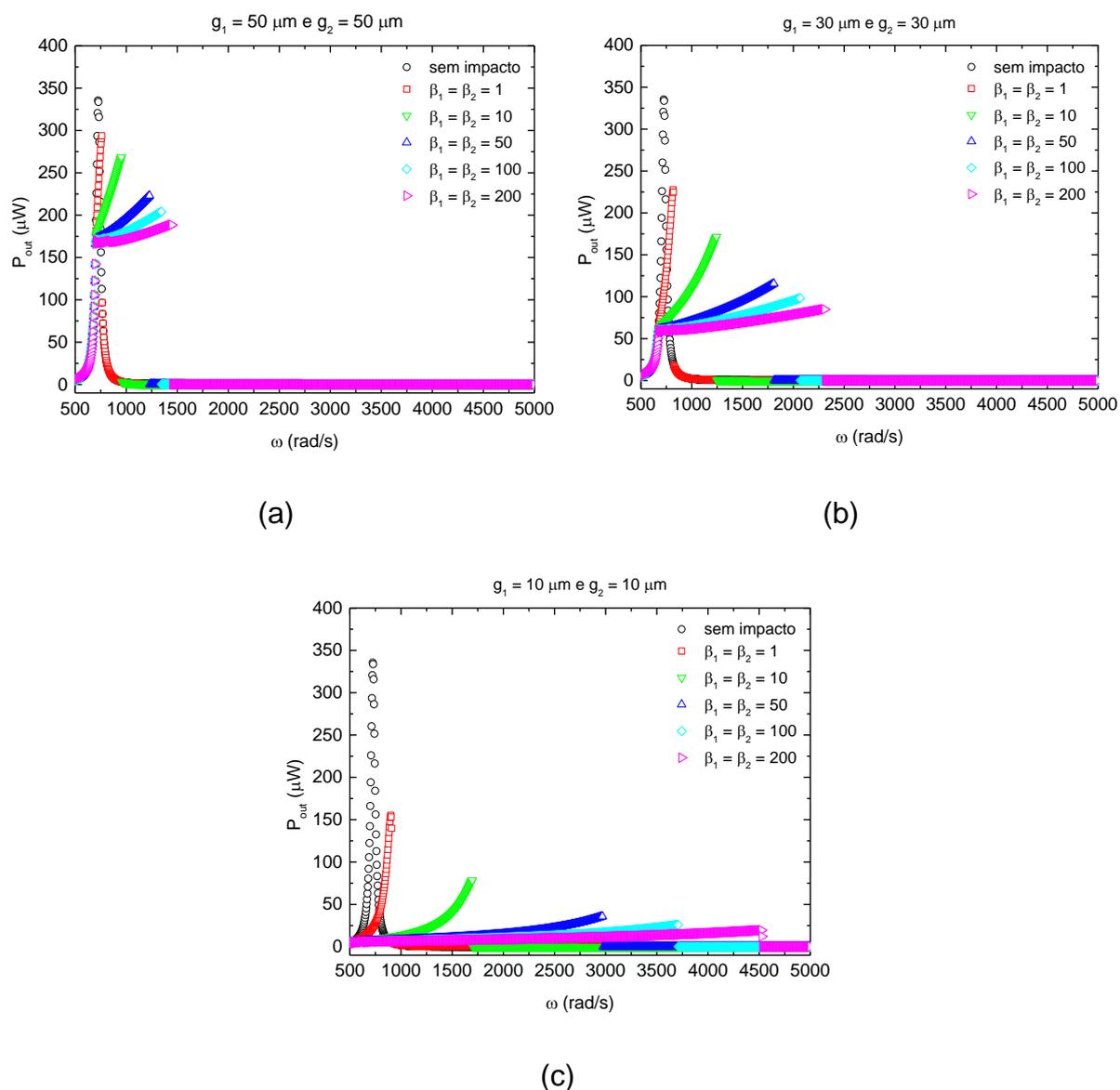


Figura 37: Potência elétrica média versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos usando diferentes valores de β para: (a) $g = 50 \mu m$, (b) $g = 30 \mu m$ e (a) $g = 10 \mu m$.

A eficiência do sistema também pode ser avaliada. A Figura 38 representa a eficiência do sistema para gaps de 50, 30 e 10 μm . Ela compara o modelo linear, sem impacto ($g = 70 \mu m$), com o impacto introduzido para diferentes razões de rigidez.

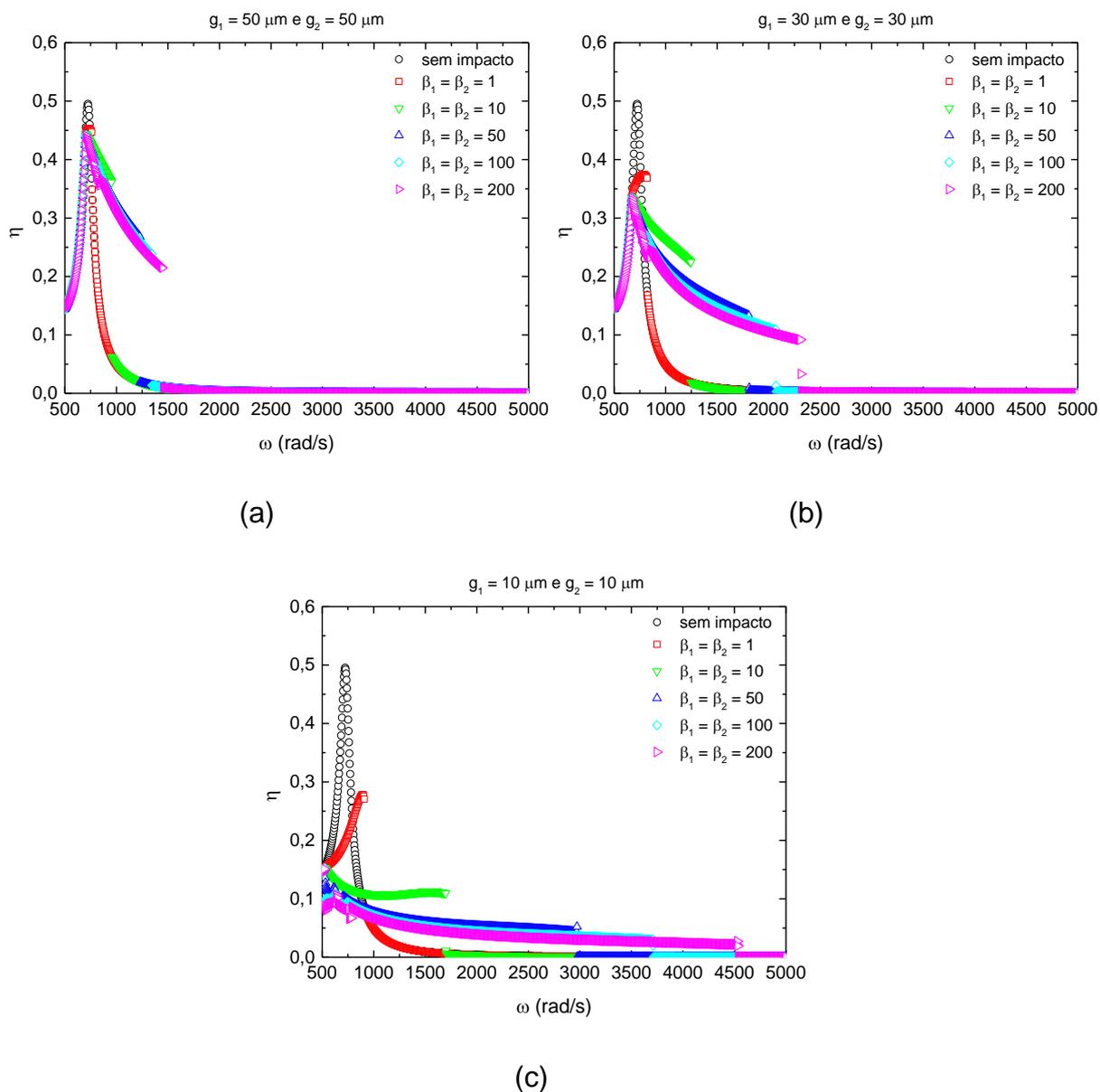


Figura 38: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70\mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos para diferentes valores de β usando (a) $g = 50\mu\text{m}$, (b) $g = 30\mu\text{m}$ e (c) $g = 10\mu\text{m}$.

Analisando as curvas da Figura 38, novamente é difícil afirmar qual o sistema mais eficiente. A Figura 39 apresenta a média da eficiência, calculada entre 500 e 5000 rad/s para as situações de diferentes valores para o gap, em função do fator de rigidez β . A linha contínua representa a condição linear, onde não há impacto com o suporte.

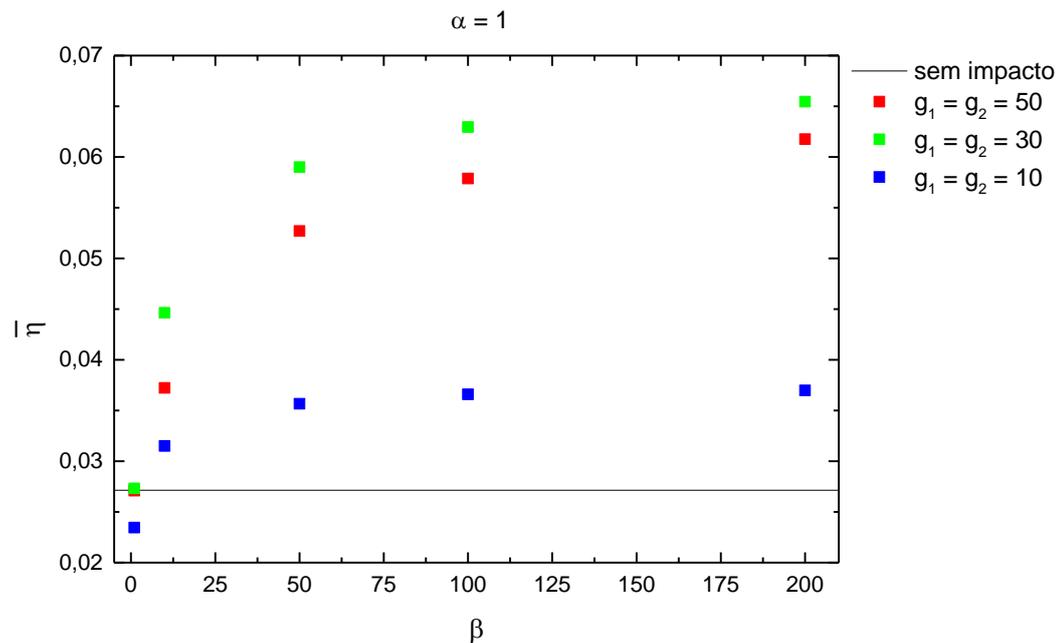


Figura 39: Média das eficiências no intervalo de 500 a 5000 rad/s em função de β para diferentes valores de g .

A forma apresentada pelo gráfico da Figura 39 mostra a capacidade dos impactos de aumentarem a faixa de frequência para a colheita de energia. A potência capturada cresce com o incremento da rigidez até apresentar um comportamento assintótico. Mesmo para baixos valores do fator β o sistema com duplo impacto é capaz de gerar um aumento significativo na colheita em relação ao modelo linear.

Entretanto, é esperado que o comportamento dinâmico do sistema sofra variações quando utilizando o duplo impacto de forma não simétrica. Analisou-se, pois, os efeitos da assimetria relacionada ao gap. Para isso, utilizou-se para os fatores de rigidez e amortecimento os valores que apresentaram a melhor resposta para captura de energia nas investigações realizadas anteriormente. Isto é, $\alpha = 1$ e $\beta = 200$. Para fins de comparação com os casos simétricos, definiu-se a amplitude de oscilação do corpo de massa m como a soma de g_1 e g_2 .

As Figuras 40 e 41 apresentam os resultados dos deslocamentos máximos positivos e negativos em função da frequência de base para diferentes configurações assimétricas do gap, considerando uma amplitude de $100 \mu m$ e $60 \mu m$, respectivamente. A comparação é feita com o modelo de duplo impacto simétrico e com o modelo linear.

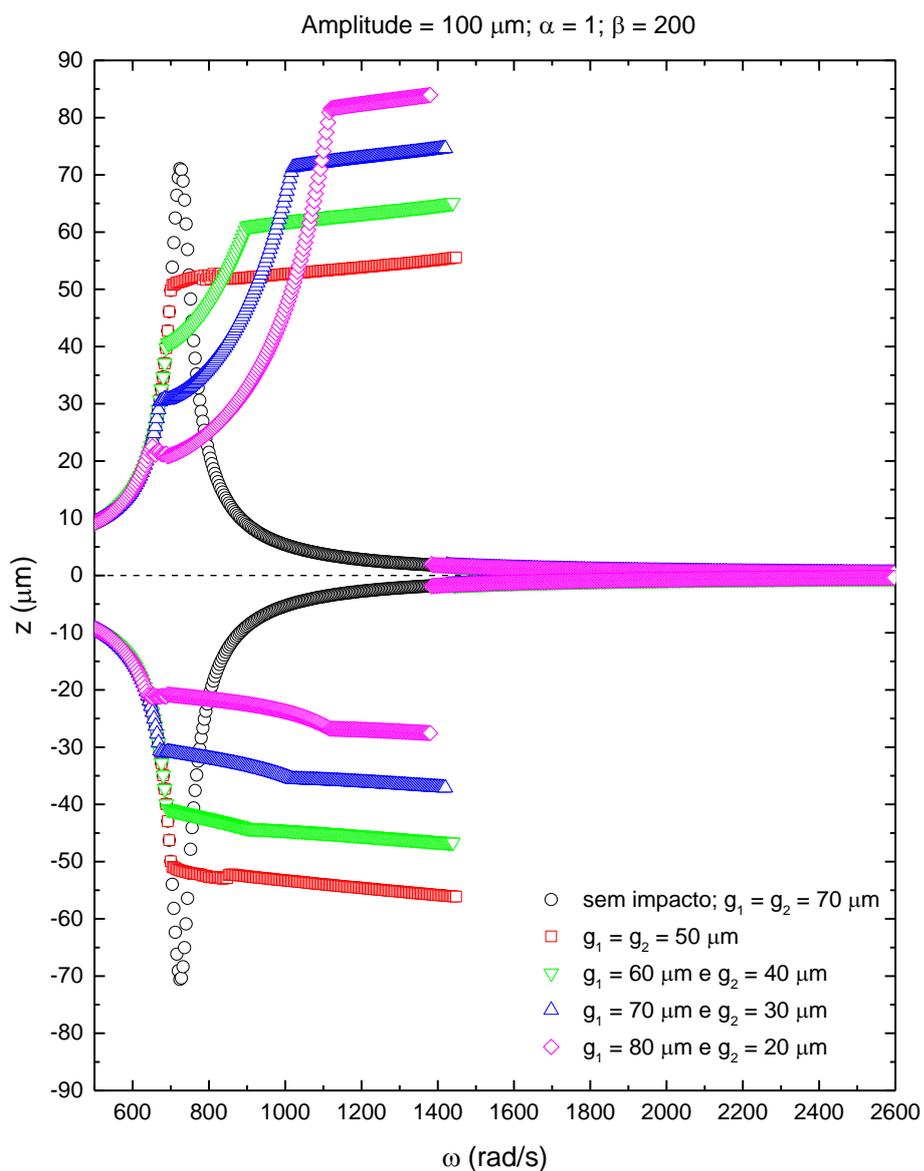


Figura 40: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos para diferentes configurações de gap e amplitude de 100 μm , usando $\alpha = 1$ e $\beta = 200$.

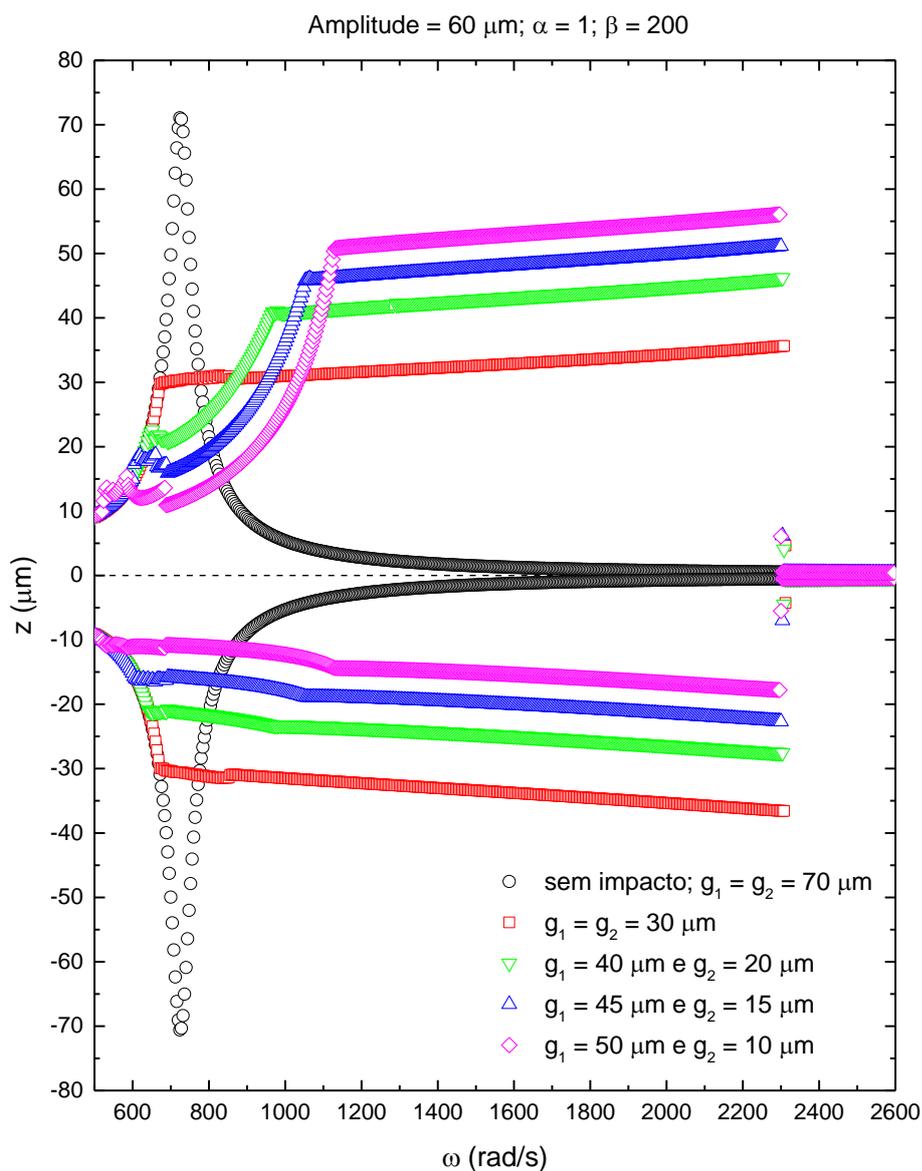


Figura 41: Deslocamento máximo para as porções superior e inferior versus frequência de forçamento. Comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos para diferentes configurações de gap e amplitude de 60 μm , usando $\alpha = 1$ e $\beta = 200$.

Observando as figuras 40 e 41, nota-se que a assimetria não foi capaz de ampliar a banda de frequências. Porém verifica-se a variação dos deslocamentos máximos, com aumentos e reduções dependentes da frequência em análise. Dessa forma é difícil analisar a influência desta variação de deslocamentos na captura energética. A análise a nível da potência apresentada na Figura 42 permite mais conclusões a respeito da influência da assimetria na captura de energia. Verificou-se

que a presença de gaps menores reduziu a potência máxima capturada em parte da banda de frequências em relação ao modelo simétrico. Na região onde não ocorre tal redução, observa-se a manutenção de valores de potência gerada muito próximos aos do caso simétrico.

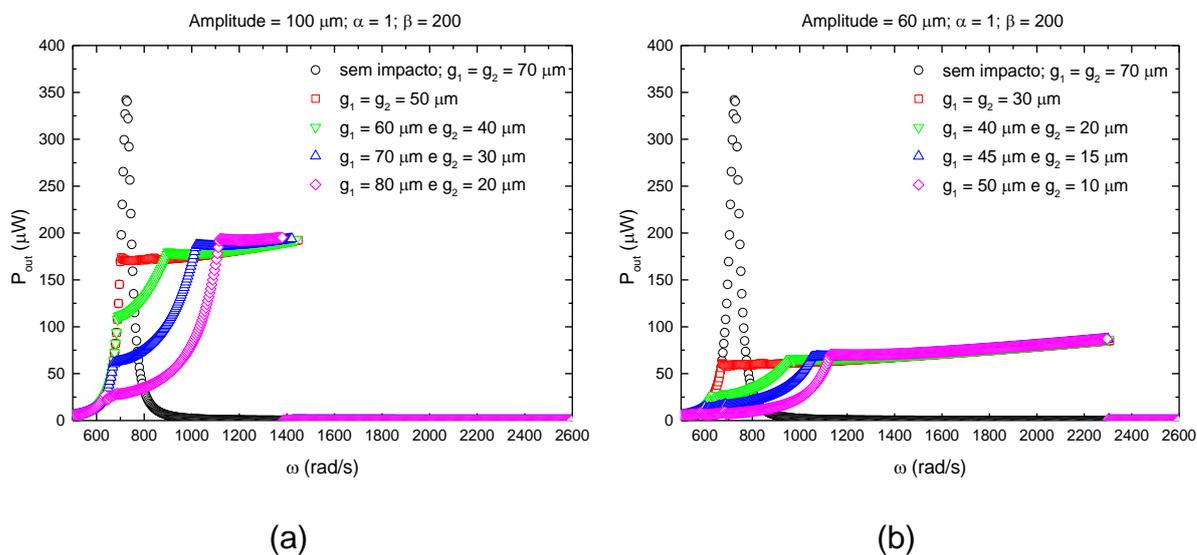


Figura 42: Potência elétrica média versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu m$) e um sistema incorporando impactos para $\alpha = 1$, $\beta = 200$ e diferentes configurações de gap usando (a) *amplitude* = 100 μm e (b) *amplitude* = 60 μm .

A investigação para eficiência é apresentada na Figura 43

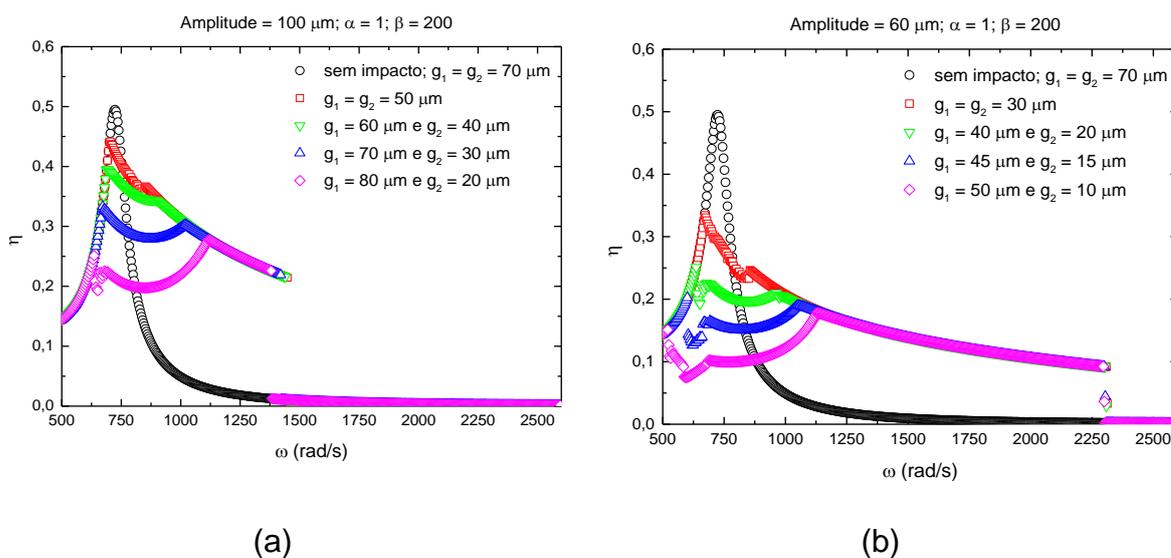


Figura 43: Eficiência versus frequência de forçamento: comparação entre modelo linear sem impactos ($g = 70 \mu\text{m}$) e um sistema incorporando impactos para $\alpha = 1$, $\beta = 200$ e diferentes configurações de gap usando (a) amplitude = 100 μm e (b) amplitude = 60 μm .

As Figuras 44 e 45 apresentam a média calculada para potência e eficiência no intervalo de 400 e 2500 rad/s.

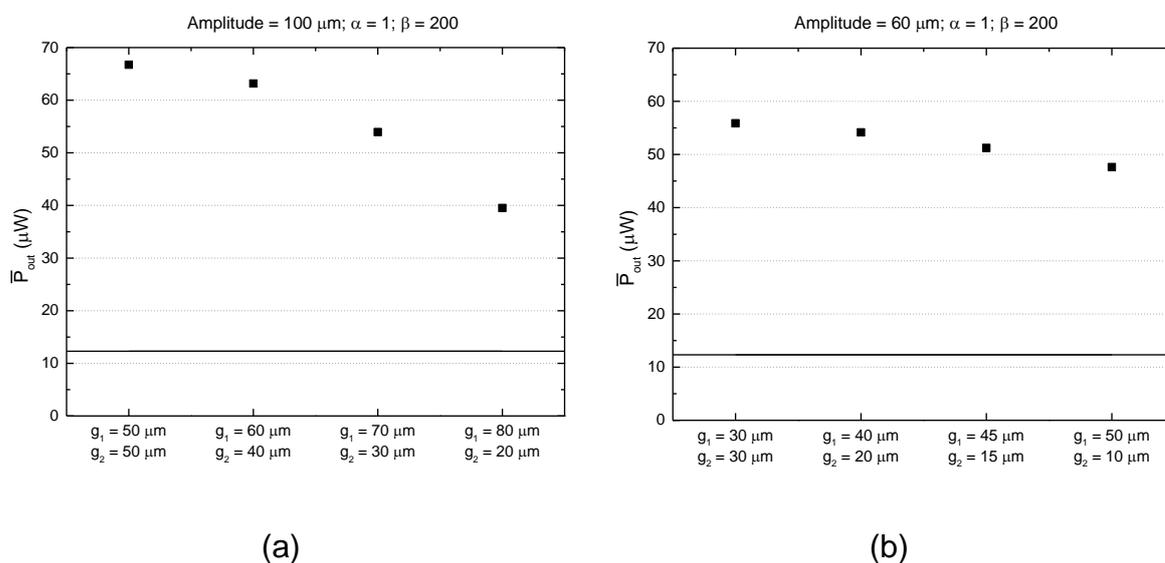


Figura 44: Média das potências de saída para $\alpha = 1$ e $\beta = 200$ no intervalo de 400 a 2500 rad/s em função de diferentes configurações para o gap.

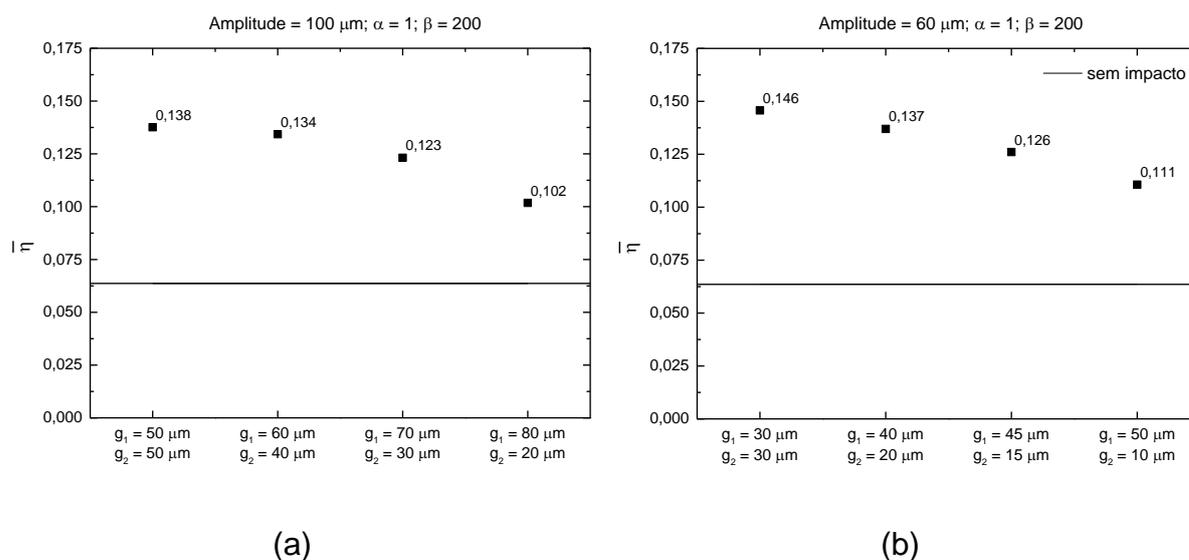


Figura 45: Média das eficiências usando $\alpha = 1$ e $\beta = 200$ no intervalo de 400 a 2500 rad/s em função de diferentes configurações para o gap.

A partir das figuras 44 e 45 conclui-se que, assim como o amortecimento, a assimetria relacionada ao gap para um sistema de colheita de energia dotado de dois batentes configura uma característica capaz de reduzir a eficiência da geração elétrica. Tanto a média da potência como a média da eficiência decrescem quanto mais acentuada for a assimetria do gap. No entanto observa-se que para pequenas assimetrias a redução mostra-se pouco pronunciada. Na Figura 45a, por exemplo, a configuração $g_1 = 60 \mu\text{m}$ e $g_2 = 40 \mu\text{m}$ apresenta uma redução percentual de 2,9% em relação ao caso $g_1 = g_2 = 50 \mu\text{m}$. Uma assimetria maior, como a configuração $g_1 = 80 \mu\text{m}$ e $g_2 = 20 \mu\text{m}$, apresentou uma redução de 26% na média da eficiência para o intervalo de 400 a 2500 rad/s. Reduções pequenas também são observadas em pequenos desvios de simetria para o caso de amplitude 60 μm da Figura 45b. Esta observação é fundamental para a implementação deste sistema de colheita de energia de forma experimental, pois incertezas e folgas de montagem são esperados em um dispositivo real. Portanto, a assimetria do gap em um dispositivo para colheita de energia sujeito a duplo impacto não é desejada pois reduz a eficiência do dispositivo, com a ressalva de que as perdas são baixas para pequenos desvios.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho explora os efeitos da introdução de impactos para a captação de energia baseada em vibração mecânica através de materiais piezelétricos. Um oscilador com um grau de liberdade conectado a um circuito elétrico por um elemento piezelétrico e com a presença de suportes descontínuos é discutido.

O estudo foi desenvolvido considerando valores variáveis de rigidez, amortecimento e gap dos suportes. As simulações numéricas realizadas comparam o sistema sob impacto com o sistema linear, sem impacto. Verificaram-se diferenças significativas na resposta dinâmica do sistema quando utilizando impactos. Os resultados mostraram que a rigidez do batente e o gap influenciam diretamente na eficiência do sistema. Os impactos, quando sob relações de rigidez elevadas e amortecimentos baixos, podem modificar fortemente a dinâmica do sistema, tendendo a aumentar o desempenho coletado da potência de saída e introduzindo efeitos não-lineares como saltos dinâmicos. Apesar da redução da amplitude oscilatória quando há contato com o batente, para valores médios do gap a eficiência geral do sistema aumentou devido ao alargamento da faixa de frequências onde se obtém a melhor resposta para captura de energia, ou seja, valores mais elevados para a potência elétrica gerada. No entanto, para elevadas restrições ao deslocamento, apesar de se observar o aumento da faixa de frequência, a limitação das máximas deformações do elemento piezelétrico reduz a eficiência geral do sistema.

Nota-se, também, que os impactos sob altos fatores de amortecimento podem reduzir o deslocamento vibratório de maneira a prejudicar seu desempenho, tornando-o inferior ao modelo linear. Verifica-se isso pela antecipação do salto dinâmico introduzido pela presença do batente. Ou seja, o uso de amortecimentos elevados para o suporte levou a uma redução da amplitude oscilatória promovida pelo impacto que não foi acompanhada de um aumento da faixa de frequências onde se obtém a melhor resposta para a captura de energia.

Ademais, a introdução de um segundo suporte descontínuo influenciou significativamente a faixa de frequências disponível para colheita energética, intensificando ainda mais a ampliação da faixa útil de frequências. Observou-se ainda que, quando sujeito ao duplo impacto, a melhor resposta do sistema é obtida quando utilizando os impactos de forma simétrica para o gap. Entretanto, pequenos desvios de simetria, esperados em dispositivos de aplicação real, não apresentaram perdas

significativas para a captura de energia.

Percebe-se, pois, que uma investigação dinâmica adequada pode ser utilizada para estimar valores ótimos de rigidez, gap e amortecimento que aumentem a potência dos coletores de energia que operam em condições de vibração.

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se:

- Explorar modelos incorporando mais graus de liberdade e sistemas contínuos;
- Incorporar uma massa concentrada na extremidade livre da viga para ajustar a frequência natural do sistema;
- Realizar as análises neste trabalho apresentadas considerando uma varredura decrescente da frequência e verificar os efeitos sobre o comportamento dinâmico;
- Desenvolver procedimentos experimentais para validação dos estudos numéricos aqui apresentados;
- Explorar vigas com seção transversal variável para aumentar a faixa de operação;
- Avaliar o efeito de parâmetros constitutivos do elemento piezolétrico e outras configurações e parâmetros da viga piezolétrica;
- Explorar o uso sinérgico de materiais inteligentes, em especial o uso de ligas de memória de forma associadas ao suporte descontínuo para alterar a rigidez equivalente de impacto.

REFERÊNCIAS

- ADEODATO, A.; DUARTE, B. T.; MONTEIRO, L. L. S.; PACHECO, P. M. C. L.; SAVI, M. A., 2021. **Synergistic use of piezoelectric and shape memory alloy elements for vibration-based energy harvesting**. International Journal of Mechanical Sciences. Vol. 194, 106206.
- AI, R., MONTEIRO, L. L. S., MONTEIRO, P. C. C., PACHECO, P. M. C. L. and SAVI, M. A., 2019. **Piezoelectric Vibration-Based Energy Harvesting Enhancement Exploiting Nonsmoothness**. Actuators, v. 8, n. 25.
- AHMAD, T. J.; MEHIDI, M. N. N.; ARAMCO, S., 2013. **Energy Harvesting Powered Wireless Monitoring and Control in Oil and Gas**. Society of Petroleum Engineers. SPE 167486.
- ANTON, S. R. AND SODANO, H. A., 2007. **A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006)**. Smart materials and Structures, Vol. 16:1-21.
- AVIROVIK, D., KUMAR, A., BODNAR R. J. and PRIYA, S., 2013. **Remote light energy harvesting and actuation using shape memory alloy-piezoelectric hybrid transducer**. Smart Materials and Structures, Vol. 22: 052001-052007.
- BAI, Y., CARL, M. and BUTTON, T.W., 2014. **Investigation of using free-standing thick-film piezoelectric energy harvesters to develop wideband devices**. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 14.(8), 1440016-1440028.
- BASSET, P., GALAYKO, D., COTTONE, F., et al., 2014. **Electrostatic vibration energy harvester with combined effect of electrical nonlinearities and Mechanical impact**. Journal of Micromechanics and Microengineering, Vol. 24.3: 035001.

BETTS, D.N., KIM, H. A., BOWEN, C. R. and INMAN, D. J., 2012. **Optimal configurations of bistable piezo-composites for energy harvesting.** Applied Physics Letters Vol. 100.11:114104.

BLYSTAD, L.C.J and HALVORSEN E., 2011. **A piezoelectric energy harvester with a mechanical end stop on one side.** MicrosystTechnol, Vol. 17:505–51.

COOK-CHENNAULT, K.A., THAMBI, N., SASTRY, A.M., 2008. **Powering MEMS portable devices - a review of non-regenerative and regenerative power supply systems with special emphasis on piezoelectric energy harvesting systems.** Smart Materials and Structures, Vol. 17 043001.

CRAWLEY, E. F. and ANDERSON, E. H., 1990. **Detailed models of piezoceramic actuation of beams.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 1: 4-25.

DIVENYI, S., SAVI, M.A., FRANCA, L.F.P and WEBER, H.I., 2006. **Nonlinear dynamics and chaos in systems with discontinuous support.** Shock and Vibration Vol. 13:315–326.

DIVENYI, S., SAVI, M.A., WEBER, H.I. and FRANCA, L.F.P., 2008. **Experimental investigation of an oscillator with discontinuous support considering different system aspects.** Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 38: 685–695.

DROSSEL, W.-G.; KUNZE, H.; BUCHT, A.; WEISHEIT, L.; PAGEL, K., 2015. **Smart³ – Smart Materials for Smart Applications.** Procedia CIRP, Vol 36, 211-216.

DU TOIT, N. E. **Modeling and Design of a MEMS Piezoelectric Vibration Energy Harvester.** MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, s.n., 2005.

DUTOIT, N. E. AND WARDLE, B. L., 2006. **Performance of microfabricated piezoelectric vibration energy harvesters.** Integrated Ferroelectrics Vol. 83.1:13-32.

ERTURK, A., HOFFMANN, J. and INMAN, D.J., 2009. **A piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting.** Applied Physics Letters, Vol. 94.25: 254102.

ERTURK, A., VIEIRA, W. G. R. DE MARQUI, JR. and INMAN, D. J., 2010. **On the energy harvesting potential of piezoaeroelastic systems.** Applied Physics Letters Vol. 96: 18: 184103.

ERTURK, A. and INMAN D.J., 2011a. **Piezoelectric Energy Harvesting.** John Wiley & Sons Ltd., Chichester, UK.

ERTURK, A. and INMAN D.J., 2011b. **Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable Duffing oscillator with electromechanical coupling.** Journal of Sound and Vibration, Vol. 330.10: 2339-2353.

FERRARI, M., FERRARI, V., GUIZZETTI, M., ANDÒ, B., BAGLIO S. and TRIGONA, C., 2010. **Improved Energy Harvesting from Wideband Vibrations by Nonlinear Piezoelectric Converters.** Sensors and Actuators A: Physical, Vol. 162:425–431.

FRISWELL, M.I., ALI, S.F., ADHIKARI, S., LEES, A.W., BILGEN, O. and LITAK, G., 2012. **Nonlinear piezoelectric vibration energy harvesting from a vertical cantilever beam with tip mass.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 23: 1505-1521.

HAMLEHDAR, M., KASAEIAN, A., SAFAEI, M.R., 2019. Energy harvesting from fluid flow using piezoelectrics: A critical review. Renewable Energy an International Journal. Vol. 143:1826-1838.

HSIEH, J., LIN, D.T.W., LIN, C., 2019. **The development and optimization of an innovative piezoelectric energy harvester on the basis of vapor-induced vibrations.** Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 131:649-658.

HU, H.P., CUI, Z.J. and CAO, J.G., 2007. **Performance of a piezoelectric bimorph harvester with variable width.** J Mech Vol. 23.03:197–202.

JACQUELIN, E., ADHIKARI, S. and FRISWELL, M.I., 2011. **A piezoelectric device for impact energy harvesting.** Smart Mater. Struct., Vol. 20:105008-05020.

KARAMI, M.A. and INMAN, D.J., 2011. **Linear and Nonlinear Energy Harvesters for Powering Pacemakers from Heart Beat Vibrations.** Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems, Vol. 7977, 797703.

KARAMI, M.A. and INMAN, D.J., 2012. **Powering pacemakers from heartbeat vibrations using linear and nonlinear energy harvesters.** Applied Physics Letter. 100, 042901.

KAUR, S., and HALVORSEN, E., 2016. **Parameter sensitivity of an in-plane gap closing electrostatic energy harvester with end-stop impacts.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 1:11.

KAUR, S., HALVORSEN, E., SØRÅSEN, O. and YEATMAN, E.M., 2010. **Numerical Analysis of Nonlinearities due to Rigid End-Stops in Energy Harvesters.** Conference: Power MEMS Technical Digest Poster Sessions.

KIM, M.; HOEGEN, M.; DUGUNDJI, J. and WARDLE, B. L., 2010. **Modeling and experimental verification of proof mass effects on vibration energy harvester performance.** Smart Materials and Structures, Vol. 19: 045023.

LAGOUDAS, D. C., 2008. **Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications.** 1. ed. Texas. Springer.

LE, C.P., HALVORSEN, E., SØRÅSEN, O. and YEATMAN, E.M., 2013. **Wideband excitation of an electrostatic vibration energy harvester with power-extracting end-stops,** Smart Mater. Struct., Vol. 22:075020-075029.

LELAND, E.S. and WRIGHT, P.K., 2006. **'Resonance Tuning of Piezoelectric Vibration Energy Scavenging Generators Using Compressive Axial Preload.** Smart Materials Structures, Vol.15:14131420.

LEO, D.J., 2007. **Engineering Analysis of Smart Materials Systems**. Virginia, John Wiley & Sons, Inc.

LIU, H.; LEE, C.; KOBAYASHI, T.; TAY, C. J. and QUAN, C., 2012. **Investigation of a MEMS piezoelectric energy harvester system with a frequency-widened-bandwidth mechanism introduced by mechanical stoppers**. Smart Materials and Structures, Vol 21, 035005.

LU, F., LEE, H.P., LIM, S.P., 2004. **Modeling and analysis of micro piezoelectric power generators for micro-electromechanical-systems applications**. Smart Materials and Structures, Vol. 13:57-63.

MAKKI, N. and POP-ILIEV, R., 2011a. **Piezoelectric power generation for sensor applications: design of a battery-less wireless tire pressure sensor**. Proc. SPIE 8066, Smart Sensors, Actuators, and MEMS V, 806618.

MAKKI, N. and POP-ILIEV, R., 2011b. **Pneumatic tire-based piezoelectric power generation**. Proc. SPIE 7977, Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems, 79770H.

MAKKI, N. and POP-ILIEV, R., 2012. **Battery-and wire-less tire pressure measurement systems (TPMS) sensor**. Microsystem Tech, Vol. 18:1201-1212.

NEWELL, D. e DUFFY, M., 2018. **Review of Power Conversion and Energy Management for Low-power, Low-Voltage Energy Harvesting Powered Wireless Sensors**. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 34:9794-9805.

ORREGO, S., SHOWLE, K., RUAS, A., DORAN, K., CAGGIANO, B., MITTAL, R., KANG, S.H., 2017. **Harvesting ambient wind energy with an inverted piezoelectric flag**. Applied Energy, Vol. 194:212-222.

PRIYA, S., e INMAN, D.J., 2009. **Energy Harvesting Technologies**. Springer Science.

ROUNDY, S. and ZHANG, Y., 2005. **Toward self-tuning adaptive vibration based micro-generators.** Proceedings of SPIE, V. 5649:373–384.

RYSAK, A., MÜLLER, M., BOROWIEC, M., ZUBRZYCKI, J., LITAK, G., GODLEWSKA-LACH, A. and WITTSTOCK, V., 2014. **Broadband Concept of Energy Harvesting in Beam Vibrating Systems for Powering Sensors.** Advances in Science and Technology Research Journal, Vol. 8.23: 62–67.

SAEED, N., CELIK, A., AL-NAFFOURI, T.Y., ALOUINI, M., 2019. **Localization of Energy Harvesting Empowered Underwater Optical Wireless Sensor Networks.** IEEE Transactions on Wireless Communications, Vol. 18:2652-2663.

SANTOS, B.C. and SAVI, M.A., 2007. **Nonlinear dynamics of a nonsmooth shape memory alloy oscillator.** Chaos, Solitons and Fractals, Vol. 40:197-209.

SAVI, M. A., 2006. **Dinâmica não linear e caos.** E-papers. Rio de Janeiro, 2006.

SILVA, L. L., MONTEIRO, P. C., SAVI, M. A. and NETTO, T. A., 2013. **Effect of the piezoelectric hysteretic behavior on the vibration-based energy harvesting.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 24.10:1285.

SILVA, L. L., MONTEIRO, P. C., SAVI, M. A. AND NETTO, T. A., 2015a. **On the Nonlinear Behavior of the Piezoelectric Coupling on Vibration-Based Energy Harvesters.** Shock and Vibration, Vol. 2015, Article ID 739381.

SILVA, L.L., OLIVEIRA, S.A., PACHECO P.M.C.L. and SAVI, M.A., 2015b. **Synergistic Use of Smart Materials for Vibration-Based Energy Harvesting.** European Physical Journal – Special Topics, Vol 224.14-15: 3005-3012.

SOLIMAN, M.S.M., ABDEL-RAHMAN, E.M., EL-SAADANY, E.F. and MANSOUR, R.R., 2008. **A wideband vibration-based energy harvester.** J MicromechMicroeng, Vol. 18:115021.

SODANO, H.A.; INMAN, D.J.; PARK, G., 2004. **A Review of Power Harvesting from Vibration using Piezoelectric Materials.** The Shock and Vibration Digest, Vol. 36:197-205.

TANG, L., YANG, Y. and SOH, C. K., 2010. **Toward Broadband Vibration-based Energy Harvesting.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 21.18:1867-1897.

TRAN, N.; GHAYESH, M. H.; ARJOMANDI, M., 2018. **Ambient vibration energy harvesters: A review on nonlinear techniques for performance enhancement.** International journal of Engineering Science. Vol. 127:162-185.

TRIPLETT, A. and QUINN, D. D., 2009. **The Effect of Non-linear Piezoelectric Coupling on Vibration-based Energy Harvesting.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures”, Vol. 20.16: 1959-1967.

VIJAYAN, K., FRISWELL, M.I., KHODAPARAST, H. H. and ADHIKARI, S., 2014. **Energy harvesting in a coupled system using nonlinear impact.** Structural Health Monitoring, Vol. 5:255-261.

VIJAYAN, K., FRISWELL, M.I., HADDAD KHODAPARAST, H., ET AL., 2015. **Non-linear energy harvesting from coupled impacting beams.** International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 96.97:101–109.

Wu, X., Parmar, M., Lee, D., 2013. **A Seesaw-Structures Energy Harvester With Superwide Bandwidth for TPMS Application.** IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, Vol. 19.5.

ZHAO, J. and YOU, Z., 2014. **A Shoe-Embedded Piezoelectric Energy Harvester for Wearable Sensors.** Sensors, Vol. 14:12497-12510.

ZHENG, J.; DOU, B.; LI, Z.; WU, T.; TIAN, H.; CUI, G., 2021. **Design and Analysis of a While-Drilling Energy-Harvesting Device Based on Piezoelectric Effect.** Energies. V. 14, 1266.